



## FLUIDOS Y SÓLIDOS LA RELEVANCIA ACTUAL DE LA CIENCIA DEL XVII Y XVIII

Prof. Dr. Celso Vargas<sup>1</sup>

*Instituto Tecnológico de Costa Rica, Costa Rica*

**Resumen:** En este artículo analizamos la manera en la que la idea de Descartes de que el cielo es un líquido influyó en el desarrollo de la dinámica de fluidos, y conocida más tarde como “fluidos compresibles” o hidrodinámica. Esta idea expresada matemáticamente en forma de ecuaciones diferenciales (parciales y totales) por Euler y Lagrange es uno de los recursos más valiosos utilizados en diferentes modelos de simulación en los que un factor de compresión puede establecerse. Nos interesa particularmente, la utilización que hace la CTBTO (“Comprehensible Test-Ban Treaty Organisation”, por sus siglas en inglés) en la modelación del transporte de isótopos radiactivos en la atmósfera. De esta manera, el artículo se divide esencialmente en dos secciones. En la primera, hacemos un recuento de la evolución histórica del concepto de fluido desde Descartes hasta Euler y Lagrange. En la segunda parte, presentamos la utilización de la dinámica de fluidos en los Modelos de Transporte Atmosféricos (MTA) utilizados por la CTBTO en el monitoreo de la emisión de isótopos radiactivos en la atmósfera, en particular, aunque no exclusivamente, aquellos isótopos que están relacionados con sub-productos de fisión.

**Descriptores:** Dinámica de fluidos · Euler · Lagrange · CTBTO · Modelos de Transporte Atmosférico.

**Abstract:** In this paper, we analyze the way in which Descartes' idea that heaven is a liquid influences on fluid dynamics (hydrodynamics), later referred as “compressible fluids” or hydrodynamics. This concept was developed and formalized in terms of differential equations (partial and total) by Euler and Lagrange. It is one of the most important tools in different equation simulation models in which a compressible factor can be established. But our interest focuses in the utilization of this formalism by the CTBTO (“Comprehensible Test-Ban Treaty Organisation”) in modeling the transport of radioisotopes at the atmosphere. So, the paper divides into two sections. In the first section, it is presented a brief historical account of the concept of fluid from Descartes to Euler and Lagrange. In the second, we introduce the utilization of the formalisms developed by Euler and Lagrange in Atmospheric Transporting Models (ATM) of the CTBTO to monitor emissions of radioisotopes, especially those associated with fission's sub-products.

**Keywords:** Fluid dynamics · Euler · Lagrange · CTBTO · Atmospheric Transporting Models

*Enviado: 02/09/2016. Aceptado: 29/11/2016*

<sup>1</sup> E-mail: [celvargas@itcr.ac.cr](mailto:celvargas@itcr.ac.cr) Este artículo es uno de los productos de mi licencia sabática realizada en la Universidad de Granada, España, durante el año 2016. Quiero expresar mi agradecimiento al Dr. Juan Antonio Nicolás por su valiosa colaboración durante esta estancia, y también a los evaluadores de la Revista por su detallada revisión, corrección y sugerencias realizadas a un borrador de este artículo. La responsabilidad por los posibles errores u omisiones es completamente del autor.

Una de las ideas más fecundas del pensamiento de Descartes y que fue posteriormente reelaborada y mejorada, es aquella que está basada en una distinción entre fluidos y sólidos. Descartes introduce esta distinción en el *Tratado de la Luz* (escrito en 1633 pero publicado póstumamente en 1664) pero que también encontramos en los *Principios de Filosofía* de 1646. Las discusiones que siguieron tanto entre los cartesianos como por Leibniz y Newton permitieron avanzar hacia el concepto de fluidos compresibles y su formalización matemática por parte de Euler y Lagrange. Actualmente, la distinción entre fluidos y sólidos permite que haya dos importantes modelos teóricos ampliamente utilizados en aplicaciones a varias áreas del conocimiento: el desplazamiento de masas de aire, corrientes de agua, transporte de ondas, desplazamiento de isótopos radiactivos en la atmósfera, entre otros.

Este trabajo tiene dos objetivos principales: a) reconstruir, con la brevedad del caso, la evolución de los conceptos de fluidos y sólidos, desde Descartes hasta Euler y Lagrange; y b) describir la manera en la que estos conceptos son utilizados en algunos de los modelos de simulación computacional de amplio uso actualmente con diferentes propósitos científicos y de análisis de información. Nos centraremos específicamente en los modelos de transporte atmosférico utilizados por la Organización para el Tratado Comprehensivo de Prohibición de Pruebas Nucleares (CTBTO), que tiene su sede en Viena, Austria.

## 1. DESARROLLO HISTÓRICO-CONCEPTUAL

Son varios los autores principales que están directamente involucrados en el análisis y evolución de los conceptos de fluidos y sólidos: Descartes, Leibniz, los Bernoulli, Euler y Lagrange. Introduciremos aquellos aspectos de interés para el propósito de este trabajo. Debemos tener presente que la distinción entre fluidos y sólidos no es nueva, ni se inició con Descartes, sino que tiene una larga historia (cf. Serres, 1994). Lo que es nuevo en Descartes es la forma de abordar el tema y el marco filosófico general.

### LA CONCEPCIÓN GENERAL DE DESCARTES

Fue bajo la influencia de Isaac Beeckman (1588-1637) que Descartes (1596-1650) se familiarizó con las nuevas corrientes de pensamiento, en particular con las ideas de Galileo y con la filosofía de Epicuro. Beeckman fue un brillante científico, con una gran curiosidad intelectual y un gran carisma (Moreno, 2014). La filosofía de Epicuro tomó la forma de las siguientes tesis: a) los fenómenos naturales pueden ser explicados exclusivamente en términos de tamaño, forma y movimiento; b) existen elementos indivisibles en la naturaleza o átomos; y c) existe vacío. Los



filósofos de este período tomarán posición respecto de estas tesis. Descartes, aunque inicialmente adhirió las tres tesis (Garber, 2006, p. 289), pronto tomará posición en favor solo de la primera, negando la existencia de átomos y de espacio vacío debido a sus consecuencias lógicas.

Así, pues, el programa cartesiano parte de tamaño, forma y movimiento; el universo está lleno de materia, no existe vacío ni tampoco átomos. Los distintos objetos se mueven en un universo lleno de materia, denominada “materia inerte”, es decir, aquella que es susceptible de ser explicada en términos geométricos (“como siendo algo extendido en longitud, amplitud y profundidad”), y sujeta a la aplicación de un conjunto de leyes. Cada una de estas entidades tridimensionales es denominada “sustancia corporal”. Su tarea consistirá en proponer un conjunto de leyes mecánicas para explicar los fenómenos físicos. Distingue así Descartes tres tipos básicos de materia, todos provenientes de un tipo de materia original: a) “el primer elemento, que forma la materia del sol y las estrellas, consiste en materia diminuta y sutil capaz de moverse a enormes velocidades y de llenar los pequeños espacios alrededor de los otras dos formas de materia. b) El segundo elemento consiste de partículas esféricas formadas por rotación de la materia primitiva inicial. Estas esferas son los principales constituyentes de la materia celeste, se mueven en grandes vórtices a gran velocidad y pueden transmitir presión de manera instantánea. c) El tercer elemento es materia más gruesa y más lenta, y compone la tierra y los planetas” (Iltis, 1973, p. 257).

Descartes no se preocupa por indicar la forma que tenía esta materia original, sino más bien de proporcionar aquellas leyes que, según él, funcionaron para producir el universo que actualmente tenemos; para él estas leyes siguen actuando en nuestros días. En general, el proceso mediante el cual se obtuvieron los diversos tipos de materia es fricción: la materia en su estado original, al estar el universo en movimiento, mediante fricción fue segregando partículas con diferente grosor, algunas de las cuales no son perceptibles por nuestros sentidos. Al estar el universo en movimiento, las partículas se fueron segregando y agrupando en la forma en que actualmente conocemos. El principio general es que en la naturaleza se conserva la misma cantidad de movimiento. ¿Cuánto movimiento tiene un cuerpo en un determinado momento? Responde Descartes: “Es el producto de su rapidez (speed) y de su masa (size)” (*Principios de Filosofía*, Libro II, parágrafo 36). Como se recordará Descartes considera que la dirección del movimiento (vectorial) es un movimiento complejo. Para Descartes Dios es garante de que la misma cantidad de movimiento se mantenga constante. Según sus *Principios de Filosofía*, Libro II, párrafos 38-40, tres son las leyes que actúan en la naturaleza:

1. “Todo objeto se mantiene en el mismo estado; de manera que un cuerpo en movimiento se mantiene en este estado hasta que el algo lo detenga”
2. “Cada objeto en movimiento se mantiene en movimiento rectilíneo; de manera que cualquier cuerpo en movimiento y en forma de círculo siempre tiende a alejarse del centro del círculo”
3. “(a) si un cuerpo colisiona con otro que es más fuerte que él, el primero no pierde nada de su movimiento; (b) si colisiona con un cuerpo más débil, pierde la misma cantidad de movimiento que el que transmite al otro cuerpo”

Descartes introduce siete reglas que consideran casos particulares de la aplicación de sus leyes. No las introduciremos aquí, pues nos alejaría de nuestro objetivo principal. Para Descartes la diferencia entre fluidos y sólidos es únicamente de grado (modo), pues asume que todo está en movimiento de manera que la estabilidad o solidez de un cuerpo corresponde al estado relativo de reposo. Así lo explica Descartes en el *Tratado de la luz*, cap. 3:

“Y noté que si dos de estas diminutas partes están en contacto una con la otra y no están en un proceso de alejarse una de la otra, entonces, una fuerza, no importa cuán pequeña sea, es necesaria para separarlos; porque una vez que ellas están en esta posición, no tendrían ninguna tendencia a colocarse de manera diferente. Note también el doble de fuerza es necesaria para separar dos partes que la que es necesaria para una, y que mil veces más se requiere para separar mil de ellas. Consecuentemente, si uno tuvo que separar varios millones de ellas de una vez, (...) no es sorprendente que una significativa cantidad de fuerza sea necesaria”.

Esta explicación es una consecuencia de la primera ley anteriormente indicada, según la cual todo objeto se mantiene en el mismo estado excepto que una fuerza la haga cambiar. Esta fuerza, según lo indicado, debe ser suficiente para cambiar su estado o condición. Por otro lado, se requiere menor fuerza para acelerar o separar dos partículas que estén en movimiento. De manera que, la condición de estar en movimiento es la más simple por naturaleza y la que garantiza mejor que la misma cantidad de movimiento se conserve.

Podemos entonces hablar de una escala continua, uno de cuyos extremos está formado por lo muy líquido o liquidez y, en el otro, lo muy sólido o solidez. Pero es el movimiento de los componentes o la fuerza aplicada la que pone de manifiesto la relatividad de estos conceptos. El agua puede solidificarse, puede evaporizarse; pero igual la roca, puede derretirse o puede fragmentarse en partes muy pequeñas. Todo dependerá de la fuerza (movimiento) que apliquemos a ella. Es importante recordar que para Descartes la intensidad del calor (fuego), por ejemplo, es función de la rapidez del movimiento de las partículas tanto en el objeto como en aquellos que están en contacto.



## CRÍTICA Y CONTRIBUCIÓN DE LEIBNIZ

Leibniz (1646-1716) hizo importantes contribuciones al desarrollo de la física de su tiempo. Comparte esta importante posición con Newton (1642-1727). En el tiempo en el que Leibniz realiza sus contribuciones a la física, el cartesianismo era el enfoque dominante. Numerosos intelectuales adoptaron la filosofía de Descartes. De hecho, no será sino hasta 1728 que podemos hablar que el cartesianismo cede su lugar a la visión leibniziana y a la newtoniana (cf. Iltis, 1973). No es, por tanto, extraño que una de las filosofías que recibieron mayor atención haya sido la cartesiana.

Leibniz comparte con Descartes su rechazo de la existencia de vacío y de átomos. También acepta la teoría de Descartes de los vórtices como forma de explicar los fenómenos gravitacionales, ya que Leibniz niega, con Descartes la acción a distancia aceptada por Newton y otros. De igual manera, acepta y profundiza la idea cartesiana de que el movimiento no es una sustancia sino que una propiedad de los cuerpos.

Pero Leibniz no puede aceptar la propuesta cartesiana de que la naturaleza de los cuerpos consista exclusivamente en extensión (los cuerpos como entidades tridimensionales). De acuerdo con Leibniz, la extensión es un atributo, pero no la esencia de los cuerpos. No es suficiente tampoco para Leibniz la suposición cartesiana de que lo que define la solidez de un cuerpo sea el reposo. Al igual que en el caso de la extensión, el reposo o el movimiento son estados o condiciones de un cuerpo, pero nunca su esencia. Pero además, adoptando el criterio cartesiano de que la extensión es lo que define un cuerpo, no hay ninguna explicación, dice Leibniz, para que los cuerpos no se inter-penetren si solo consisten en extensión. Debe existir algo más que pura extensión para explicar la resistencia de los cuerpos a ser penetrados durante el impacto o a ser deformados durante el movimiento. En efecto, “extensión”, “movimiento” y “reposo” son conceptos relativos, son atribuibles a algo y, por tanto, no son definitorios de aquello a lo que se atribuyen (cf. Leibniz, 2013). Pero la objeción más importante que plantea Leibniz a la concepción cartesiana es que éste no proporciona criterios para diferenciar entre verdaderas unidades y agregados. Esta diferenciación no puede ser brindada por Descartes. De hecho, Leibniz luchó durante toda su vida por proporcionar criterios para llevar a cabo tal diferenciación.

Leibniz encontró en el principio de Huygens de que lo que se conserva no es  $mv$ , como indicara Descartes, sino  $mv^2$ , el criterio más importante para explicar la impenetrabilidad de los cuerpos, las resistencia al movimiento, la capacidad de un cuerpo de elevarse a determinada altura, entre otros. Como indica Leibniz en el *Discurso de Metafísica*: “(...) la distinción entre fuerza y cantidad de movimiento

es muy importante, no solo en física y en mecánica, a fin de encontrar las verdaderas leyes de la naturaleza y las reglas del movimiento,..., sino también en metafísica, con el objetivo de entender los principios mejor” (parágrafo 18, citado en Garber, 2006, p. 279).

Pero lo que nos interesa aquí es la contribución de Leibniz al concepto de fluido comprimible. Dos principios son importantes al respecto: el principio de continuidad, según el cual, en el orden natural, nada sucede a saltos, sino que entre dos objetos de gran similitud existe al menos una diferencia entre ellos. El segundo principio es conocido como gradualidad lineal e indica que, dado un conjunto dado de individuos, podemos ordenarlos de manera que la diferencia entre ellos sea de un atributo. Estos dos principios se complementan con el principio de plenitud según el cual este universo es el más rico, el más diverso y el más pleno.

A partir de los dos principios mencionados, Leibniz elabora su propuesta de cuerpos elásticos como la mejor forma de explicar la naturaleza de los cuerpos, los resultados experimentales relacionados con cuerpos en colisión y su relación con los principios generales de la naturaleza. En efecto, son los cuerpos elásticos los que mejor expresan el hecho de que el movimiento tiene un inicio y un incremento gradual (a partir de incrementos infinitesimales) o su inversa, decrecimientos en velocidad que responde a infinitesimales. Su sistema está basado en lo siguiente:

Reglas sistemáticas del movimiento:

- Todo cambio es gradual
- Toda acción tiene también una reacción
- Ninguna nueva fuerza se produce sin reducir una anterior, de manera que un cuerpo que empuja a otro cuerpo para alejarlo, debido a ello su velocidad será reducida;
- No hay ni más ni menos fuerza en el efecto que en la causa (*Specimen Dynamicum*, en adelante (*SD*) parágrafo 20).

Este enfoque es complementado con tres leyes para cuerpos elásticos y para velocidades relativas:

1. Ecuación lineal: Sean a y b dos cuerpos, v e y sus velocidades respectivas antes de la colisión, x y z sus velocidades después de la colisión, entonces,  $v-y = z-x$  (donde “-“ significa el movimiento en la dirección opuesta respecto de la dirección antes de la colisión);
2. Ecuación planar: Esta expresa la conservación del progreso común de dos cuerpos,  $av+by = ax +bz$ ;
3. Ecuación sólida: Conservación de la fuerza total,  $avv + byy = axx + bzz$  (*SD*, VI, 228).



Aplicando las reglas y leyes indicadas podemos inferir, de manera personal, que un cuerpo cuando es impactado por otro cuerpo, o en términos generales, una fuerza se ejerce sobre él, se contrae como respuesta (“Toda acción tiene también una reacción”), para volver gradualmente a su estado inicial; en este acto, hay una pérdida de la fuerza original proporcional a la respuesta del cuerpo que fue impactado (“de manera que un cuerpo que empuja a otro cuerpo para alejarlo, debido a ello su velocidad será reducida”). De esta manera, un cuerpo que es presionado permanecerá en este estado hasta tanto la fuerza que aplicó termine o se retire, o como reacción el cuerpo se deforme. Finalmente, no todos los cuerpos, tal y como Descartes lo indicara, requieren la misma cantidad de fuerza para ser comprimidos o pueden ser comprimidos solo hasta cierto límite. Sin embargo, estas consecuencias no serán extraídas sino mucho más adelante, pero pensamos que son una consecuencia de esta visión de Leibniz. Desde luego que se tuvo que avanzar mucho más en la comprensión de la naturaleza de los cuerpos elásticos y también los rígidos. Este será uno de los logros importantes de Leonhard Euler (1707-1783).

#### LA CONTRIBUCIÓN DE LEONHARD EULER

Euler es uno de los matemáticos más extraordinarios de todos los tiempos. Pero sus contribuciones no se limitan a la matemática sino que realizó importantes investigaciones en física y en ingeniería. Lo que se conoce como ciencia hidrodinámica (dinámica de fluidos) se debe en gran parte a su trabajo y al Johann Bernoulli. Sus resultados son tan actuales que se utilizan sus formulaciones tal y como él las concibió, y llevan su nombre en reconocimiento.

La relación entre Leibniz y Euler no es directa ni clara en lo que respecta a la física. Sabemos que Johann Bernoulli (1667-1748) y su hijo Daniel (1700–1782) fueron antecedentes importantes del trabajo de Euler en el campo de las matemáticas y de los fluidos compresibles. Euler recibió el consejo de Johann Bernoulli; se reunían los sábados en la tarde para discutir temas matemáticos y para resolver distintos problemas (tanto mientras estudiaba como después de graduado). Es muy probable que Euler conociera parte del pensamiento de la física de Leibniz por medio de Bernoulli. Los Bernoulli, como es conocido, fueron seguidores de Leibniz y contribuyeron a divulgar el pensamiento leibniziano tanto en Suiza, en San Petersburgo como en el resto del continente. Sin embargo, ninguno de los Bernoulli asumió el pensamiento leibniziano en su totalidad, en especial, rechazaron su visión metafísica. Ellos contribuyeron significativamente a la difusión del cálculo infinitesimal en el continente siguiendo la notación leibniziana (véase I. Grattan-Guinness, 2000; Leibniz, 2013).

Euler comienza a escribir sobre la dinámica de fluidos en 1726, pero sus trabajos más detallados son de 1752 y 1755. En esta época lo que se conocía de la obra de Leibniz era muy limitado: la *Monadología*, *La Teodicea*, *Specimen Dynamicum*, *Principios de la Naturaleza y de la Gracia* y sus artículos publicados en revistas.<sup>2</sup> De esta manera, el conocimiento que actualmente tenemos la física de Leibniz es muy amplia si la comparamos con el disponible en el tiempo de Euler. Arana (1994) analiza diferentes aspectos de la polémica y desacuerdo de Euler con la filosofía leibniziana, al menos en la presentación que pudiera haber hecho Wolff. De hecho, Euler participó activamente en la crítica de la misma y, en el periodo de Berlín (1741-1766), expresamente tomó posición contra la filosofía leibniziana.

Pero también, Euler conocía muy bien la notación algebraica leibniziana para el cálculo infinitesimal. Esta como sabemos se extendió en el continente y logró importantes desarrollos entre los matemáticos; Leibniz fue un muy importante impulsor de esta notación en el continente. Una importante labor de estos matemáticos fue reinterpretar los principios de Newton en términos de este nuevo cálculo. En esta labor, Leibniz fue uno de los que hizo, también, importantes contribuciones (cf. Nauenberg, 2015). Este fue un paso muy importante para la introducción de Newton en el continente. Euler mismo estudió de manera detallada esta obra de Newton, pero también la mecánica de Descartes. Finalmente, termina por realizar una especie de síntesis entre Newton y Descartes, pero siempre teniendo a Descartes como marco general de interpretación de la física Newtoniana.<sup>3</sup>

Es interesante constatar que Euler habla en un espíritu leibniziano en su análisis de las fuerzas. Al respecto indica: “Algunas personas piensan que todas estas fuerzas surgen del movimiento una materia sutil; otros las atribuyen al poder de atracción y de repulsión de los cuerpos mismo. Pero, como quiera que sea, ciertamente vemos que las fuerzas de este tipo pueden surgir de los cuerpos elásticos y de los vórtices, y debemos investigar, al nivel apropiado, si estas fuerzas pueden ser explicadas por medio de estos fenómenos”. (Cf. Maronne y Panza, 2014, p. 13).

En este espíritu leibniziano es que Euler introduce su principal contribución a la hidrodinámica: las fuerzas internas. Como recordamos este es el planteamiento de Leibniz tal y como lo indicamos anteriormente. La presión es una de estas fuerzas fundamentales. Leibniz había hablado de fuerzas primitivas activas y pasivas, derivadas activas y pasivas como expresiones de su concepto subyacente de fuerza. Pero también recordamos la tercera ley de Newton (igualdad de la acción y la reacción) que indica que: “Con toda acción ocurre siempre una reacción igual y contraria: quiere decir que las acciones mutuas de dos cuerpos siempre son iguales

---

<sup>2</sup> Cf. Wilson (1995), pp. 442-474.

<sup>3</sup> Para una presentación detallada de la influencia de Descartes en la interpretación newtoniana que hace Euler, cf. Maronne y Panza, 2014.



y dirigidas en sentido opuesto”. Newton también introduce una categorización de fuerzas como relevantes desde el punto de vista de su mecánica: las fuerzas de percusión o impacto, fuerzas de presión y fuerzas centrífugas. Esta diferenciación fue muy importante para la evolución posterior de la mecánica.

Euler estudia en su mecánica de 1752 y 1755, el comportamiento mecánico de diversos tipos de cuerpos incluyendo los rígidos, flexibles, cuerpos elásticos así como sus propiedades mecánicas. Los cuerpos rígidos tienen un comportamiento diferente de los otros cuerpos; en los primeros es en los que podemos establecer diferentes índices de compresión de manera que obtengamos una escala de objetos compresibles. Siguiendo la tesis de Descartes de que los cielos son fluidos, este nuevo campo se denomina fluidos compresibles. El principio general es que todos los cuerpos que encontramos en la naturaleza presentan diferentes factores de compresión, pero capturados bajo sistemas de ecuaciones generales. Sin embargo, en este momento, la clasificación se establece de la siguiente manera: todos los fluidos son compresibles o incompresibles. En los primeros, volumen y magnitud varían con la presión. En los otros, no hay cambio de magnitud ni volumen, aunque hay deformación. Esta distinción es convencional.

Son diversos los cuerpos agrupados bajo la categoría de fluidos compresibles, y es admitido que hay muchas disciplinas en las que este concepto está involucrado. En la siguiente sección analizaremos un caso específico donde la aplicación de los resultados de Euler tiene una gran importancia actualmente. Es usual distinguir entre modelos eulerianos y modelos lagrangianos (estos últimos debidos al matemático y físico Joseph-Louis de Lagrange 1736-1813). Estos modelos implican formas diferentes de evaluar y medir el desplazamiento de fluidos o de partículas. En la siguiente sección introduciremos elementos adicionales para entender estos dos modelos y su influencia actual.

#### MODELOS DE SIMULACIÓN COMPUTACIONAL DE TRANSPORTE ATMOSFÉRICO (MTA): UNA APLICACIÓN DE LOS FLUIDOS COMPRESIBLES

Como su nombre lo indica, los MTA son utilizados para simular el comportamiento de partículas y fluidos en la atmósfera. En el caso específico que nos ocupa, el de isótopos radiactivos de interés para la detección y atribución de pruebas nucleares. Con el fin de proporcionar una visión completa de su utilización, quizá sea necesario hacer un breve resumen de los tipos de modelos de simulación que se utilizan en la actualidad, y después revisar los eulerianos y lagrangianos.

Los modelos de simulación computacional son ampliamente utilizados en diversos campos del conocimiento y del comportamiento para explorar posibles cursos de eventos, para describir determinados fenómenos, proporcionar

explicaciones a determinados fenómenos, proporcionar información más precisa en ámbitos donde los volúmenes de información son muy grandes y los fenómenos muy complejos; pero también se utilizan como una importante herramienta para apoyar (¿verificar?) hipótesis científicas, y desde luego, son constantemente retroalimentados por los nuevos resultados científicos para afinar, ampliar y mejorar la simulación. Son una herramienta por excelencia para la investigación científica; pero además, son de naturaleza no destructiva, es decir, el proceso de modelaje permite analizar procesos sin necesidad de construir modelos físicos o de intervenir un sistema o un proceso. Pretenden, por tanto, simular procesos o sistemas reales. En este momento han reemplazado muy exitosamente la necesidad de modelos físicos y de experimentación en diferentes campos del conocimiento.

Siguiendo a Eric Winsberg (2015), podemos hablar de cuatro clases generales de modelos de simulación: a) Simulaciones basadas en ecuaciones, las cuales incluyen principalmente ecuaciones diferenciales. Son ampliamente utilizados en ciencias naturales y en ingeniería; b) Simulaciones basadas en agentes, en los cuales diferentes individuos interactúan bajo ciertas reglas y se utilizan con el fin de estudiar el comportamiento de éstos en diferentes contextos. Claramente son utilizados en ciencias sociales, fuertemente en psicología e inteligencia artificial; c) Simulaciones ‘multiescala’, en la que se integran diferentes modelos computacionales cada uno de los cuales aporta información sobre uno o varios fenómenos relevantes para la comprensión de un sistema complejo. Cambio climático es un ejemplo de ello; d) Simulaciones Montecarlo. Son simulaciones de naturaleza probabilística en la que “la aleatoriedad se usa para calcular las propiedades de un modelo matemático y donde la aleatoriedad del algoritmo no es una característica del modelo a construir” (Winsberg, 2015, p. 7). Usualmente se utilizan en modelos caóticos o en sistemas complejos, pero no se limitan a este ámbito.

Los MTA pertenecen, primariamente, a la primera clase de modelos de simulación, ya que utilizan determinadas ecuaciones diferenciales para lograr el objetivo de determinar las rutas que siguen algunos “objetos” y obtener diferentes tipos de información, por ejemplo, el origen, el patrón de dispersión y las concentraciones, entre otros. Sin embargo, tienden a incorporar otro tipo de información de otros dominios científicos, por ejemplo, parámetros sobre el clima, patrones de desplazamiento de las masas de aire y sobre la estratificación y subestratificación de la atmósfera. En este sentido, pueden también ser considerados como ‘multiescalares’. Son ampliamente utilizados para estudiar el origen y dispersión de diferentes sustancias químicas, como aerosoles, contaminantes y otras partículas que se desplazan en la atmósfera así como para estudiar procesos de deposición de sustancias (cf. Jacob, 2004).



## MODELOS DE TRANSPORTE ATMOSFÉRICO: EULER Y LAGRANGE

El uso de modelos de simulación por parte de la CTBTO<sup>4</sup> es conveniente para los objetivos de este artículo, puesto que las tecnologías utilizadas para el monitoreo hacen uso de los algoritmos de Euler y Lagrange. Los MTA (modelos de Transporte Atmosférico) son unos de estos modelos utilizados por esta organización, y su objetivo es determinar el origen (localización), las cantidades y los tipos de isótopos radiactivos asociados con procesos de fisión, y por tanto, también con ensayos nucleares. Se trata en este caso de aquellos isótopos que encuentran su origen exclusivamente en estos procesos. Varios son los isótopos de interés: Cesio 137, Cesio 134, Iodo 131, Iodo 133, estroncio 90, los gases nobles del Xenon 131m, 133, 133m y 135, y Argón 37. Desde luego también detecta otros isótopos de origen natural, cuyos resultados pueden ser utilizados para realizar diversos tipos de investigación en diferentes disciplinas científicas (cf. Schiessl, 2005).

Como se observa, los isótopos de interés para la CTBTO son de dos clases: particulados (los primeros cinco de los mencionados) y gases nobles. La química y la física de los gases nobles es muy simple, ya que estos gases tienen la propiedad de no interactuar prácticamente con ningún material con el que entren en contacto. Mientras que los particulados sí lo hacen. Esto conlleva la necesidad de tener dos algoritmos diferentes y complejos para el transporte de partículas y de gases nobles, conocidos como lagrangianos y eulerianos respectivamente. La necesidad de diferenciar responde al hecho de que en los particulados tenemos una mayor seguridad de que se desplazan con el flujo, mientras que con los gases nobles las incertidumbres aumentan.

Comencemos por los segundos, es decir, los eulerianos. Haremos una descripción informal del procedimiento utilizado por Euler para medir el desplazamiento de un fluido en un medio determinado. Desde luego se parte, como lo hizo Euler, de la idea cartesiana de que la tropósfera conforma un fluido comprimible y laminar. Aunque en el MTA no se puede hacer, Euler hizo la distinción entre la modelación matemática del fluido y las propiedades de la fricción y resistencia que afectan al fluido.

---

<sup>4</sup> La Organización del Tratado para la Prohibición Completa de Pruebas Nucleares (CTBTO) nació por resolución de las Naciones Unidas el 16 de Setiembre de 1996. Está formado por 183 países. A pesar de que no ha entrado en vigencia como ley internacional, ha comenzado a funcionar desde su creación. Varios elementos hacen de la CTBTO una organización única dentro del grupo de las organizaciones de las Naciones Unidas. El más llamativo de todos y relevante para este trabajo, es el sistema internacional de vigilancia. Este está compuesto de cuatro elementos claves indicados en el artículo IV: el sistema Internacional de Monitoreo; la Consulta y la clarificación; la inspección en sitio; y las medidas para construir confianza.

Euler modela del fluido comprimible en términos de ecuaciones diferenciales parciales, es decir, aquellas en las que existen distintas variables independientes y además existe una o más variables dependientes que son función de esas variables (Strauss, 2008); esas variables tienen solución en algunas regiones bajo esa función. Funciona de la siguiente manera: podemos dividir el globo en términos de un conjunto de celdas de igual tamaño, formando una especie de malla, tan fina como se desee. Conociendo las propiedades del fluido que estamos considerando, podemos establecer algunos lugares fijos en los que determinamos el comportamiento del fluido, por ejemplo, velocidad, volumen, etc. De esta manera, si encontramos tres puntos (fijos) por los que un objeto de interés ha sido detectado, estimamos el tiempo y se puede reconstruir su trayectoria. Este modelo es adecuado para gases nobles en los que, como hemos indicado, no podemos asumir que se comporte de manera similar al flujo. En el modelo espacial de Euler, que es el utilizado aquí, interesa determinar el paso del elemento por un conjunto de puntos fijos. Esto facilita la reconstrucción hacia adelante y hacia atrás (cf. Krysta, 2012 para más detalles técnicos sobre esta aproximación). La determinación de los puntos relevantes para llevar a cabo este tipo de determinación y reconstrucción, ha sido el resultado de análisis científicos bastante detallados, en cuyo análisis la historia del comportamiento de la atmósfera es muy relevante. De esta manera, con propósito de detección y atribución son suficientes 80 estaciones de radionúclidos o radioisótopos en todo el globo. Esta es la capacidad con la que cuenta la CTBTO, y ha probado su suficiencia.

Por el contrario, en el modelo de Lagrange, las variables principales están ligadas al fluido que se está moviendo, de manera que el comportamiento de los objetos de interés (en este caso, los isótopos radiactivos particulados) sigue siempre el comportamiento del flujo principal. Esto se debe a la propiedad que indicamos anteriormente, y es que las partículas radiactivas interactúan con los materiales con los que entran en contacto. Se utilizan aquí ecuaciones diferenciales *totales*, es decir, aquellas en las que un estado  $s$  del sistema es función del estado anterior, y el siguiente lo es de  $s$ .

Estos modelos se retroalimentan en tiempo real con información proveniente de la Organización Meteorológica Mundial y del Centro Europeo para el Pronóstico de Rango Medio (Centre for Medium Range Forecasts por sus siglas en inglés) (cf. Chen & Hogue, 2009).<sup>5</sup> Pero también son validados con información de otros centros de pronóstico de varios países. Esta información proporciona datos sobre los patrones de desplazamiento de masas de aire en la atmósfera durante los próximos días; pero también la información es actualizada con registros reales. De esta manera, dada una emisión de isótopos radiactivos

---

<sup>5</sup> Fuente: <http://meteo.maicas.net/articulos/circula.html> Cf. también Dahlman et al. (2011).



de interés (forecast o forward strategy), es posible predecir la ruta de dispersión, cuáles estaciones detectarán estas concentraciones y el tiempo estimado en que lo harán. Pero también funciona a la inversa: a partir de la detección de isótopos por determinadas estaciones se puede reconstruir el origen y la ruta seguida (backtracking o backward strategy). En el caso de pruebas nucleares la información proporcionada por estaciones sismológicas es también muy importante para lograr niveles de precisión mayores en localización y en el origen de la emisión. Un aspecto importante de mencionar es que dada la estructura térmica de la tropósfera, el comportamiento de las masas de aire tiene forma laminar, y las alturas hacia las cuales pueden ascender los materiales no es muy alta (100 metros durante las noches y estaciones frías, y 3 km máximo durante verano o durante el día (Krysta, 2012) y que permite la ubicación de estaciones a no mucha altura (30 o 70 metros o menos) puedan cumplir adecuadamente la tarea de detección. En efecto, presión gradiente, gravedad, fricción molecular e inercia son las principales fuerzas que interactúan y afectan el movimiento de las masas de aire.

De esta manera, hemos visto cómo una idea cartesiana –extraña al inicio– de que los cielos son líquidos, es decir, compresibles, se ha convertido (con las mejoras científicas correspondientes) en una importante herramienta para entender diferentes procesos físicos, y modelar su comportamiento, y utilizarlas a numerosas aplicaciones ingenieriles. Euler, también Lagrange, han contribuido de manera importante en este logro. Así, los mismos principios matemáticos y físicos pueden establecerse para el movimiento de las masas de aire, para el movimiento de las corrientes de agua, o el desplazamiento del sonido en medios acuáticos.

Podemos decir, entonces, que la consideración de que el cielo (atmósfera) es líquido ha permitido un tratamiento muy general a todos los fluidos; pero al mismo tiempo sensible a variables específicas, las cuales siempre deben ser tomadas en consideración. Esta hipótesis cartesiana en manos de estos dos matemáticos nos ha proporcionado dos importantes métodos para obtener información científica relevante en muchos ámbitos de interés. Este tipo de ejemplos pone de manifiesto la vigencia del pensamiento de estos hombres que fueron los artífices de la revolución científica de los siglos XVII y XVIII.

## BIBLIOGRAFÍA

---

Arana, J. 1994. *La Mecánica y el espíritu. Leonhard Euler y el Origen del Dualismo Contemporáneo*. Madrid, España: Editorial Complutense.

Chen, P. & Hogue, R. 2009. *Atmospheric Transport Modelling*. CTBTO. [https://www.ctbto.org/fileadmin/user\\_upload/pdf/ISS\\_Publication/ATM\\_29-34.pdf](https://www.ctbto.org/fileadmin/user_upload/pdf/ISS_Publication/ATM_29-34.pdf)

CTBTO. 1996. *Comprehensive Nuclear-Test-Ban Treaty*. <https://www.ctbto.org/the-treaty/treaty-text/>

Dahlman, O. et al. 2011. *Detect and Deter: Can Countries Verify the Nuclear Test Ban?* Dordrecht/Heidelberg/London/New York: Springer.

Descartes, R. *Treatise on Light*. 1664. En Gaukroger, S. (transl. and ed.). *Descartes: The World and other Writings*. Cambridge, 1998: Cambridge University Press

Garber, D. 2006. "Descartes' Physics". En: *The Cambridge Companion to Descartes*. J. Cottingham (ed.). Cambridge: Cambridge University Press.

Grattan-Guinness, I. 2000. "Daniel Bernoulli and the varieties of mechanics in the 18<sup>th</sup> century". *Nieuw Archief voor Wiskunde*, 5/1, 3, pp. 242-249.

Iltis, C. 1973. "The Decline of Cartesianism in Mechanics: The Leibnizian- Cartesian Debates". *Isis*, 64, 3, pp. 356-373.

Jacob, D. 2004. *Introduction to Atmospheric Chemistry*. (1<sup>a</sup> ed. 1999): Princeton: Princeton University Press.

Krysta, M. 2012. *Atmospheric Transport Modelling and Data Fusion*. CTBTO. Preparatory Commission. <https://www.ctbto.org/verification-regime/the-international-data-centre/atmospheric-transport-modellingand-data-fusion/>

Leibniz, G.W. 1695. *Specimen dynamicum*. En: *Mathematische Schriften*, vol. 6. Gerhardt (ed.), 7 vols., Berlín 1849-1863 (reimp. Hildesheim, 1872).

Leibniz, G.W. 2013. (ed.) *The Leibniz-De Volder Correspondence. With Selections from the Correspondence Between Leibniz and Johann Bernoulli*. Translated, Edited, and with an Introduction by Paul Lodge. New Haven: Yale Univ. Press.

Maronne, S. & Panza, M. 2014. "Euler, Reader of Newton: Mechanics and Algebraic Analysis", *Advances in Historical Studies*, 3, 1, pp. 12-21.

Moreno, J. 2014. "El encuentro entre René Descartes e Isaac Beeckman (1618-1619): el tratado hidrostático". *Theoria*, 29, 1, pp. 149-166.

Nauenberg, M. 2015. "The Reception of Newton's *Principia*". *History and Philosophy of Physics*, arXiv:1503.06861v1[physics.hist-ph]: Cornell University Library.

Serres, M. 1994. *El Nacimiento de la Física en el Texto de Lucrecio. Caudales y Turbulencias*, Valencia, España: Editorial Pre-textos. (1<sup>a</sup> ed.: *La naissance de la physique dans le texte de Lucrèce*. Editions de Minuit, 1977).

Schiessl, D.C. 2005. "Potential civil and scientific applications". *Spectrum. Newsletter* 7, pp. 16-17. Viena. CTBTO.

Strauss, W. A. 2008. *Partial Differential Equations. An Introduction*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.

Wilson, K. 1995. "The reception of Leibniz in the eighteenth century". *The Cambridge Companion to Leibniz*, Jolley, N. (ed.), pp. 442-474: Cambridge University Press.

Winsberg, Eric. 2015. "Computer Simulations in Science", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Summer 2015 Edition), Edward N. Zalta (ed.).

URL = <https://plato.stanford.edu/archives/sum2015/entries/simulations-science/>