Pensamiento Educativo. Vol. 32 (julio 2003), pp. 204-220

SENTIDO DEL NÚMERO: UNA NECESIDAD PARA LOGRAR MEJORES APRENDIZAJES MATEMÁTICOS EN LOS ALUMNOS DE EGB*

Number sense: a way to achieve better math understanding of elementary school pupils

Pierina Zanocco Soto**
Paz Baeza B.
Marta Riveros Rojas
Veerle Cnudde
Ivette León Lavanchy
Elizabeth Sánchez Escobar

Resumen

Este artículo presenta un nuevo enfoque de enseñanza de la matemática para el nivel básico, enmarcado en una propuesta didáctica denominada "sentido del número". También se plantean siete habilidades que permiten a los alumnos lograr un manejo comprensivo de los números naturales, los algoritmos de las operaciones y la resolución de problemas.

Abstract

This paper focuses on the importance of primary school teachers knowing a new approach in mathematics education situated in a framework related to "Number Sense", aiming at a comprehensive understanding of natural numbers, algorithms and problem solving of their pupils.

* Propuesta enmarcada en el Proyecto FONDECYT Nº 1020/866 "Generación de un ambiente potente de aprendizaje para el logro de efectos positivos en estrategias de enseñanza del sentido del número: un modelo de capacitación de docentes implementado con recursos multimediales y otros medios".

** Académicos de la Facultad de Educación de la Pontificia Universidad Católica de Chile.

Introducción

Los nuevos lineamientos del Subsector Educación Matemática tienen como focos de atención, además de la resolución de problemas, el desarrollo del sentido del número. Esta temática se traduce en aprendizajes esperados relacionados con: 1) Ser capaz de reconocer que la misma operación aritmética puede aplicarse en situaciones que plantean problemas que parecen muy diferentes entre sí. 2) Ser capaz de manejar un conjunto de operaciones aritméticas y desarrollar estrategias para aplicarlas apropiadamente. 3) Ser capaz de resolver los problemas donde sea necesario aplicar la operatoria aritmética básica: adición, sustracción, multiplicación y división, en forma mental, con papel y lápiz o con calculadora. 4) Ser capaz de seleccionar la estrategia de solución adecuada de acuerdo con las características del problema. 5) Ser capaz de considerar un problema resuelto como punto de partida para la búsqueda de regularidades y de procedimientos eficaces en la resolución de otros problemas. 6) Ser capaz de estimar o aproximar cantidades para obtener respuestas a problemas de la vida diaria.

Los lineamientos presentes en los programas de Educación Matemática, en el plan de la Reforma educacional chilena, están en directa concordancia con las tendencias internacionales (*Principles and Standards for school mathematics* of the National Council of Teachers of Mathematics, Estados Unidos, 2000). En estos estándares, la comprensión del número y la operatoria, el desarrollo del sentido del número facilitan la adquisición de habilidades de cómputo aritmético, siendo el foco principal de la Educación Matemática para los primeros niveles de enseñanza (1997).

Frente a la forma de enfocar este proceso de enseñanza y aprendizaje podemos observar que el MINEDUC en su página web plantea lo siguiente "Aprendizaje más que enseñanza, conocimiento contextualizado, aprender a aprender, adquisición de competencias en vez de acumulación de datos, preparar para la vida antes que para la universidad, capacitar para una vida de trabajo, en lugar de capacitar para un empleo; éstas son algunas de las ideas fuerza que fundamentan el vasto y profundo cambio que Chile lleva adelante.”

Por otro lado, el SIMCE en su página web declaraba “Este año (1999), en la prueba del subsector de Educación Matemática de 4º año se pondrá particular énfasis en la evaluación de las capacidades para resolver problemas y expresar, en forma gráfico verbal, el procedimiento utilizado para hacerlo. También se dará importancia a la evaluación de las habilidades para realizar mediciones, estimaciones, operaciones y para usar estrategias de cálculo mental. Además, se examinará la capacidad para resolver problemas no convencionales, basándose en el razonamiento lógico. La prueba incluirá ítemes en que los niños deberán realizar operaciones aritméticas. Algunos de ellos evaluarán la exactitud del resultado, pero la mayoría pondrá el acento en el dominio de los conceptos básicos y en la capacidad para discriminar y seleccionar la operación apropiada al problema. También se incluirán problemas en que los estudiantes deberán redondear o aproximar cantidades para obtener el resultado. La prueba contendrá ítemes de opción múltiple y preguntas abiertas. Estas últimas podrán ser de respuesta corta o de desarrollo que demandan una mayor elaboración por parte de los alumnos. Las preguntas abiertas podrán exigir una producción gráfica, verbal, numérica o mixta y permitirán examinar el método que han utilizado los alumnos para responder”. Nos enfrentamos a una evaluación coherente con los principios de la Reforma, pero los resultados que obtuvieron los alumnos en esa oportunidad no fueron los esperados.

La siguiente información dada a la prensa en el 2000 también sacada de la página web del SIMCE, así lo indica. El promedio nacional de las Escuelas Municipales fue de 239, el de las Particulares subvencionadas fue de 256, en cambio los establecimientos particulares pagados obtuvieron un promedio de 298 puntos. Si estas cifras se comparan con las del año 96 tampoco se observan avances significativos, por ejemplo el promedio de las escuelas municipalizadas se mantuvo.

Nos enfrentamos a una propuesta curricular pertinente, pero donde aún no se lograban los resultados esperados.

Esta aseveración se puede respaldar aún más con los resultados del SIMCE 2002, publicados en la página web del MINEDUC, en abril del presente año.

El siguiente gráfico muestra los resultados por Subsector de Enseñanza y estrato socioeconómico.

PROMEDIOS Y VARIACIONES, POR GRUPO SOCIOECONÓMICO

	Lenguaje y Comunicación		**Educación Matemática**		**Comprensión del Medio**	
	Prom.	Var. 1999	Prom.	Var. 1999	Prom.	Var. 1999
Bajo	226	● +2	220	▼ –7	227	● 0
Medio bajo	232	● +1	229	● –3	232	● 0
Medio	254	● +1	250	● –2	253	● +1
Medio alto	280	● 0	274	● –2	279	● +1
Alto	302	● 0	301	● 1	300	● –3
TOTALES NACIONALES	251	● +1	247	● –3	251	● +1

(**Fuente:** página web MINEDUC).

Podemos observar que en todos los estratos socioeconómicos se bajaron los puntajes en Educación Matemática, desde uno hasta nueve puntos en promedio.

Si centramos nuestra atención en las escuelas municipalizadas, población con la cual trabajamos, podemos observar que los datos corroboran la aseveración anterior, se cuenta con una Reforma Curricular pertinente y actualizada, pero la cual no se ha asentado a las salas de clases.

En el año 1996 las escuelas municipalizadas obtuvieron un promedio de 239 puntos, dato que se mantuvo en 1999; en cambio, en el 2002, el promedio bajó a 230 puntos.

El siguiente gráfico muestra los resultados obtenidos por dependencia y estrato socioeconómico en la prueba SIMCE 2002.

PROMEDIOS POR GRUPO SOCIOECONÓMICO Y DEPENDENCIA

	Lenguaje y Comunicación			**Educación Matemática**			**Comprensión del Medio**		
	Mun.	PSUB	PPAG	Mun.	PSUB	PPAG	Mun.	PSUB	PPAG
Bajo	229	216	–	223	210	–	229	218	–
Medio bajo	232	230	–	229	227	–	232	231	–
Medio	249	258	–	246	253	–	248	258	–
Medio alto	276	281	282	270	275	277	275	280	280
Alto	–	303	302	–	299	301	–	300	300

(**Fuente:** página web MINEDUC).

Resultados como estos motivaron el desarrollo del Proyecto FONDECYT Nº 1020/866 “Generación de un ambiente potente de aprendizaje para el logro de efectos positivos en estrategias de enseñanza del sentido del número: un modelo de capacitación de docentes implementado con recursos multimediales y otros medios”.

A continuación nos centraremos en explicitar qué entendemos por sentido del número.

I. ¿Qué entendemos por sentido del número?

Si revisamos la literatura actual nos encontraremos en repetidas ocasiones con la terminología “sentido del número”, pero, ¿qué significa tener sentido del número? ¿Qué habilidades comprende tener sentido del número? ¿Será relevante preocuparnos como docentes de potenciar en nuestros alumnos y alumnas el tener sentido del número? ¿Favorecerá el tener sentido del número el logro de otros aprendizajes matemáticos? Éstas y muchas otras preguntas más pueden surgir al relevar esta temática.

Seguramente, los profesores han podido distinguir entre sus alumnos a aquellos que tienen ciertas habilidades relacionadas con el sentido del número, de los que no lo tienen. También es probable que reconozcan la presencia y ausencia del sentido del número en adultos; sin embargo, es posible que no se hayan planteado como propósito de sus clases desarrollar el sentido del número en sus alumnos, por una falta de conciencia de la importancia de este desarrollo, a pesar de que se encuentra implícito en los actuales Programas Oficiales, al igual que en los Programas de otros países.

Con el propósito de que manejemos un lenguaje común entraremos a explicitar lo que entenderemos por "sentido del número".

Sentido del número es descrito de maneras variadas por diversos autores, por ejemplo, según el NTCM: **"Sentido del número es poseer una intuición sobre los números, que está dado por todos los diferentes significados de los números"** (2002).

"Se refiere al conocimiento general de los números y operaciones, junto con la capacidad de usar estos conocimientos en una forma flexible para hacer juicios matemáticos y desarrollar estrategias para resolver problemas. No se refiere sólo a las habilidades de hacer cálculos, sino a la capacidad de establecer relaciones numéricas".

Estas descripciones nos llevan a considerar el sentido del número como una forma de pensar que debe potenciarse a través del proceso de enseñanza y de aprendizaje de la Matemática, lo cual permitirá que ésta tenga sentido para los que la aprenden.

Según Sowder (1992), sentido del número **"se refiere a una red conceptual bien estructurada, que da la posibilidad de relacionar las propiedades de los números con las de la operatoria y resolver problemas en forma flexible y creativa"**.

Más general aún, Resnick (1989) define sentido del número como **"formas abiertas y no determinadas de pensar y razonar".**

Según R. Reys (1997): **"El sentido del número se refiere al conocimiento general de los números y operatoria, junto con la**

capacidad de usar estos conocimientos en una forma flexible para hacer juicios matemáticos y desarrollar estrategias para resolver problemas complicados”.

II. ¿Qué habilidades están presentes en el sentido del número?

Considerando la información anterior, podremos señalar que los alumnos tienen bien desarrollado el sentido del número cuando manejan las siguientes habilidades:

1. **Comprensión del significado y la función representada por cada número en diversos contextos y situaciones**, que es la manera usual como suelen presentarse los números en la vida cotidiana, lo que lleva a interpretar cada número en relación con el contexto.

   Por ejemplo: Al escuchar una noticia o información o leerlas en un diario o cualquier medio escrito; cada número que aparezca en ellos tendrá un significado e interpretación dentro del contexto.

> Miguel Bosé dará 4 recitales en Chile, siendo el 1º de ellos el día 30 de enero. Se espera que asistan aproximadamente 40 mil personas.

2. **Reconocimiento del orden entre los números y de las regularidades del sistema de numeración decimal,** es decir, es la comprensión del conjunto de los números naturales como un conjunto ordenado y la comprensión del sistema de numeración decimal, entendiendo la formación de los números.

   Los actuales programas de matemática se refieren en muchas oportunidades a la relevancia de identificar regularidades, pero ¿qué entenderemos por regularidad?

   Se entiende por regularidad la presencia de un patrón o regla que se repite varias veces uniformemente. Por ejemplo, la regla o patrón con la cual se puede construir una serie numérica, los principios que sustentan el sistema de numeración decimal, canjear de 10 en 10, algunas fórmulas geométricas, entre otros.

Descubrir regularidades también es una estrategia para resolver problemas.

Por ejemplo: No llegar a pensar que los zapatos ofrecidos a $ 9.990 cuestan $ 9.000 y tanto, sino casi $ 10.000. ¿De cuántas maneras distintas se puede pagar el par de zapatos con monedas y billetes?

3. **Comprensión de la operatoria y sus efectos sobre los números, haciendo aproximaciones de los resultados o rechazando resultados incoherentes**, es decir, tener el concepto de operación numérica, de establecer relaciones entre la adición y la multiplicación, entre la sustracción y la división, pudiendo prever los resultados de ejercicios operatorios.

   Por ejemplo: Si a nosotros nos solicitan el producto de 569 x 97, no dudamos en hacer una buena estimación y pensamos que si fuese x 100, el producto sería 56.900, pero es 3 veces menos, entonces:

   56.900 – 1.500 = 55.400,

   55.400 – 180 = 55.220 y

55.220 – 27 = 55.193. Esto también lo pueden hacer nuestros alumnos si les hemos dado oportunidades para desarrollar el cálculo mental y les solicitamos resultados aproximados.

4. **Establecimiento de conexiones entre propiedades matemáticas y la resolución de problemas, tomando en cuenta el contexto del cual provienen**, lo que significa un manejo activo de las propiedades de las operaciones aritméticas cuando la resolución de un problema lo demanda.

   Por ejemplo: Si vemos a alguien calculando lo siguiente: 20.000 – (4.590 x 3) pensamos que debe resolver primero el paréntesis para poder restar ese resultado de 20.000. Bien puede tratarse de haber efectuado una compra de 3 artículos a $ 4.590 cada uno y quien calcula quiere saber cuánto deberán darle de vuelto si paga con un billete de $ 20.000.

5. **Reconocimiento de las relaciones entre las operaciones y aplicación de estas relaciones a la solución de problemas**, es decir, visualizar cuándo es posible reemplazar una operación por otra que es equivalente y que facilita la resolución.

   Por ejemplo: Al ver una larga adición como la siguiente: 350 + 350 + 350 + 350 + 350, no es raro que se opte por multiplicar 350 x 5.

6. **Resolución de problemas, eligiendo adecuadamente un algoritmo mental, un algoritmo escrito o el uso de la calculadora para dar la respuesta**, se refiere a la capacidad del alumno para seleccionar el procedimiento que utilizará para calcular el resultado de la operatoria, utilizando cálculo mental, cálculo escrito o calculadora.

   Por ejemplo: Para resolver el siguiente ejercicio 575 x 0 x 28 ¿qué procedimiento conviene emplear? Naturalmente es más conveniente el cálculo mental, por la presencia del factor 0, que hace evidente que el resultado es 0.

   En cambio, en este otro ejemplo, podríamos decidir qué nos conviene hacer con la calculadora o con lápiz y papel, y qué pregunta podríamos contestar con cálculo mental.

La familia de Carolina está organizando sus vacaciones.

El papá sabe que los pasajes tienen un valor de US$ 759, él cuenta con $ 2.000.000.

¿Le alcanza el dinero para comprar tres pasajes? El cambio del dólar está a $ 720.

Carolina, por su parte, ha ahorrado $ 72.000 para comprar regalos y recuerdos.

¿ Cuántos dólares puede comprar?

7. **Aproximación y estimación de respuestas numéricas y decisión acerca de cuándo una respuesta específica para un determinado problema es razonable**. Consideramos importante que los alumnos sepan identificar en qué momento se les solicita o es pertinente realizar un cálculo exacto o cuándo basta una aproximación o estimación.

   Por ejemplo: Si en una situación planteada se solicita saber qué se puede comprar con $ 10.000, basta una estimación o aproximación de las cantidades y no la exactitud del resultado.

   O esta otra situación, donde se pide estimar la altura de la Torre Eiffel, sabiendo que la Torre ENTEL mide aproximadamente 137 metros.

III. ¿Por qué es importante potenciar el sentido del número en los alumnos de EGB?

Cada día más se puede observar que las necesidades de nuestra sociedad se enmarcan en vivenciar un cambio social acelerado, en poder asumir adecuadamente un impacto tecnológico que nos bombardea día a día, en vivir en un mundo donde la globalización ya es una realidad. Estos antecedentes nos llevan a proponer el logro, en nuestros alumnos, de grandes competencias, como lo pueden ser el saber pensar matemáticamente, saber argumentar, saber relacionar, saber representar y comunicar, saber resolver problemas, saber transferir estrategias de solución ya aprendidas a problemas nuevos, entre otros (Goñi, 2000).

Para lograr estos cambios en los alumnos de EGB necesitamos docentes que promuevan más la comprensión que la memorización, más descubrimiento y búsqueda que información acabada, más problemas abiertos y realísticos que problemas cerrados, más evaluación de razonamiento que de algoritmos, la lista puede parecer larga, pero posible de lograr si profesores se capacitan en esta propuesta y la llevan a las aulas.

IV ¿Qué lineamientos permitirán fundamentar una propuesta de estrategia didáctica para la enseñanza del sentido del número?

Una estrategia didáctica que produzca los cambios esperados en los alumnos de EGB se debería fundamentar en las siguientes ideas: la enseñanza estratégica, la metacognición y la regulación y autorregulación del aprendizaje.

La enseñanza estratégica se centra en las actividades cognitivas en que se comprometen profesores y alumnos; en términos generales busca formar aprendices estratégicos, entendidos como aquellos que pueden autorregular su propio proceso de aprendizaje, a partir de los diferentes tipos de conocimientos que dominan, los cuales les convierten en aprendices expertos. Tiene como finalidad estimular en los alumnos, además del aprendizaje significativo de los contenidos, el desarrollo de habilidades de pensamiento que los convierta en aprendices autosuficientes, característica que les permitiría vivenciar un proceso de aprender a aprender.

Aprender a aprender implica la capacidad de reflexionar en la forma en que se aprende y actúa en consecuencia, autorregulando el propio proceso de aprendizaje mediante el uso de estrategias flexibles y apropiadas que se transfieren y adaptan a nuevas situaciones

(Díaz-Barriga y Hernández, 2002). Esto significa enseñar a nuestros alumnos para que actúen como aprendices autónomos, independientes y autorregulados.

Metacognición y autorregulación son dos procesos altamente relacionados y mencionados en los párrafos anteriores. Entendida la metacognición como el conocimiento que las personas tienen sobre su propia cognición y que las motiva a prever acciones y anticipar ayudas para mejorar su rendimiento; la autorregulación por su parte es considerada como un concepto multidimensional, que sirve de ayuda en la organización y explicación del funcionamiento psicológico durante el aprendizaje. Se pretende que el aprendiz se planifique y organice antes de iniciar el desarrollo de una tarea.

Por otro lado, los elementos que deberían componer esta estrategia didáctica serían: **el acto didáctico, la estrategia didáctica propiamente tal, las técnicas o procedimientos didácticos, las actividades y los medios.**

Se entenderá por **acto didáctico** la forma de actuar del profesor con el propósito de facilitar los aprendizajes de los estudiantes. Su naturaleza es esencialmente comunicativa.

La **estrategia didáctica** corresponderá al conjunto de procedimientos o técnicas de enseñanza, que tienen por objeto llevar a un buen término la acción didáctica (enseñar-aprender). Es decir, en nuestro caso, lograr un buen nivel de los aprendizajes esperados, formulados para potenciar las habilidades del sentido del número anteriormente expuestas. Además debe contemplar los procedimientos o técnicas didácticas necesarios para lograr los efectos positivos especificados: autorregulación del aprendizaje para aprender a aprender, habilidades de pensamiento crítico y metacognitivo y favorecer una actitud positiva hacia la matemática.

Lo anterior nos dirige a:

– Considerar las características de los estudiantes: estilos cognitivos de aprendizaje.

- Considerar las motivaciones e intereses de los estudiantes.
- Proporcionar la información necesaria cuando sea preciso.
- Utilizar metodologías activas en las que se aprenda haciendo.
- Considerar un adecuado tratamiento de los errores que sea punto de partida de nuevos aprendizajes.
- Prever que los estudiantes puedan controlar sus aprendizajes.
- Considerar actividades de aprendizaje colaborativo.
- Realizar un proceso de evaluación auténtico de los aprendizajes.

Las **técnicas o procedimientos didácticos** son recursos de que se vale el docente para llevar a efecto los propósitos planeados desde la estrategia.

Las **actividades** son acciones específicas que facilitan la ejecución de cada técnica.

Los **medios o recursos didácticos** son los materiales que permiten la implementación de las actividades. En nuestro contexto, las Hojas de trabajo y los softwares educativos.

Definidos los componentes de nuestra propuesta de estrategia didáctica para la enseñanza del sentido del número, describiremos los cambios que se esperan en profesores y alumnos.

V. ¿Qué cambios se espera lograr en los profesores con la estrategia didáctica para la enseñanza del sentido del número?

Una vez aplicada la propuesta didáctica para la enseñanza del sentido del número se espera lograr cambios tanto en los profesores como en los alumnos que participen en una capacitación enmarcada en los lineamientos expuestos.

En los profesores:

– Contextualizarán los aprendizajes matemáticos.
– Comprenderán la relevancia de su sentido y significado de lo que debe enseñar en cada curso y cómo se proyecta éste a lo largo del vitae de Educación Matemática.
– Actualizarán o aprenderán los contenidos matemáticos involucrados en la temática.
– Seleccionarán estrategias didácticas, coherentes con la temática y de acuerdo a las características de sus cursos.
– Explicarán la relevancia de lo que están enseñando a los alumnos.
– Establecerán conexiones entre un aprendizaje matemático ya enseñado y otro nuevo por enseñar.
– Organizarán sus clases de tal forma que siempre haya un inicio, un desarrollo y una culminación o sistematización al final de ella.
– Observarán los comportamientos de sus alumnos para saber si están entendiendo o no lo que se les está enseñando.
– Aprenderán a construir nuevos materiales.
– Seleccionarán materiales concretos y gráficos de acuerdo a la realidad de sus cursos.
– Aprenderán a interpretar los programas de enseñanza.
– Aprenderán a estimular el pensamiento metacognitivo y crítico en sus alumnos.
– Manifestarán preocupación por favorecer una actitud positiva hacia el subsector.
– Aprenderán a organizar, con sus alumnos, grupos de trabajo caracterizados como colaborativos, lo que les permitirá potenciar sus habilidades sociales.

– Mejorarán su actitud hacia la enseñanza de la matemática.

– Transferirán algunos de los cambios anteriormente mencionados a otras temáticas de matemática o a otros subsectores de enseñanza.

En relación a los alumnos se espera lograr los siguientes cambios:

1. Mejorarán su rendimiento en matemática y más específicamente en relación al sentido del número.
2. Mejorarán sus niveles de desarrollo del pensamiento metacognitivo y crítico.
3. Demostrarán trabajar en grupos de una forma colaborativa, aportando sus ideas y respetando las de los demás, además de apoyar a los que tienen más dificultades.
4. Mejorarán su actitud hacia el subsector de Educación Matemática.
5. Aprenderán a resolver problemas diversos, transfiriendo los aprendizajes matemáticos logrados.
6. Aplicarán los aprendizajes matemáticos logrados a variadas representaciones. (Dicho de otra forma, la manera en que se le pregunte o presente una situación no deberá influir en su desempeño).
7. Aprenderán a exponer sus trabajos y a escuchar a otros cuando lo exponen.
8. Aprenderán a fundamentar sus respuestas.
9. Lograrán explicar verbalmente los procedimientos utilizados, para resolver una situación.
10. Verbalizarán relaciones entre los aprendizaje logrados.

VI. Proyecciones

Trabajar de esta forma la matemática, en función de habilidades y una estrategia didáctica que potencia la enseñanza estratégica y la metacognición, necesita de profesores que seleccionen situaciones de enseñanza-aprendizaje con características como las siguientes: relevantes para la mayoría de los alumnos, significativas y con sentido para ellos, provenientes de diversos contextos, susceptibles de poder ser analizadas más profundamente por los alumnos más aventajados, conectadas con otros aprendizajes curriculares, en síntesis, situaciones que permitan establecer puentes entre las estructuras conceptuales básicas de la matemática y el mundo del conocimiento de sus alumnos. Las ganancias son claras: tendremos alumnos que se interesarán por aprender matemática, le encontrarán sentido y, por ende, mejoraremos sus actitudes hacia este subsector.

Bibliografía

Alonso, Luis (2000). "¿Cuál es el nivel o dificultad de la enseñanza que se está exigiendo en la aplicación del nuevo sistema educativo?". *Revista EDUCAR*, 26, pp. 53-74.

Álvarez, Luis y Soler Enrique (2001). *"Enseñar para aprender": Procesos estratégicos*. Editorial CCS, Madrid.

Arancibia, Violeta y otros (1999). *Psicología de la Educación*. Ediciones Universidad Católica de Chile, Alfa Omega.

Beas, Josefina y otros (2000). *Enseñar a pensar para aprender mejor*. Ediciones Universidad Católica de Chile.

Coll, C. y otros (1998). *El constructivismo en el aula*. Barcelona: Graó.

Díaz Barriga, Frida y otro (2002). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo: una interpretación constructivista*. McGraw-Hill, México.

Flórez Ochoa, Rafael (1999). *Evaluación pedagógica y cognición*. Editorial McGraw-Hill. Colombia.

Fly Jones, Beau y otros (1987). *Estrategias para enseñar a aprender: un enfoque cognitivo para todas las áreas y niveles*. Editorial AIQUE, Argentina.

Gimeno Sacristán, J. y Pérez Gómez, A. J. (1995). *Comprender y transformar la enseñanza*. Madrid, Morata.

Hernández, F. y Sancho, J. M. (1994. *Para enseñar no basta con saber la asignatura*. Barcelona: Paidós.

Hidalgo, C.; Abarca, N. (1992). *Comunicación interpersonal*. Santiago: PUC.

Hilgard, Erneste; Gordon, Bower (1979). *Teorías del Aprendizaje*. Biblioteca Técnica de Psicología. México.

Moreira, M.A. (2000). *Aprendizaje significativo: teoría y práctica*. Madrid: Aprendizajes Visor.

National Council of Teachers of Mathematic (NCTM) (2002). *Principles and Standars for Teaching Mathematics*.

National Research Council (2001). *How People Learn Mathematics. Brain, Mind, Experience & School*. National Academy Press. Washington, D.C.

Quesada, Rocío (2001). *Cómo planear la enseñanza estratégica*. Editorial Limusa, Noriega Editores, México.

Resnick, L.B. (1989). "Defining, Assessing, and Teaching Number Sense". In: J.T. Sowder & B.P. Schappelle (Eds.), *Establishing foundations for research on number sense and related topics*. Report of a conference (pp. 35-39). San Diego. State University Center Research in Mathematics and Science Education.

Reys, B.J.; Reys, R.E. & Mcintosh, A. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. *For the Learning of Mathematics*, 12 (3), 2-8.

Rodríguez Neira, T. (1999). *Teorías y modelos de enseñanza. Posibilidades y límites*. Lleida: Milenio.

Sanz de Acevedo Lazárraga (1999). *Cognición en el aula*. Universidad Pública de Navarra, España.