

VARIANZA ANALITICA Y APROXIMADA DEL COSTO TOTAL DE UN PROYECTO

ANALYTICAL AND APPROXIMATE VARIANCE OF TOTAL PROJECT COST

Por / By Martin Skitmore

Resumen

La varianza estadística del costo total de un proyecto usualmente se estima por medio de la simulación de Monte Carlo, bajo el supuesto de que los acercamientos analíticos son demasiado complicados. Este artículo analiza este supuesto y muestra que, contrario a lo esperado, la solución analítica es relativamente directa. También se muestra que el coeficiente de variación no se ve afectado por el tamaño (área superficial) del proyecto cuando se usan los costos de los componentes estandarizados. Se provee un caso de estudio en el cual se analizan los costos reales de los componentes para obtener la varianza del costo total requerida. Los resultados confirman trabajos previos al mostrar que la aproximación del segundo momento (varianza) bajo el supuesto de independencia subestima considerablemente el valor exacto. El análisis continua examinando los efectos del juicio profesional y con los datos simulados utilizados, la aproximación resulta razonablemente exacta - el juicio profesional absorbe la mayor parte de las intercorrelaciones involucradas. También se da un ejemplo en el cual las cantidades de los componentes unitarios son valoradas por sus costos unitarios promedios y muestra, una vez más, que la aproximación es cercana al valor real. Finalmente, el trabajo se extiende mostrando cómo obtener, para cada proyecto, las varianzas exactas del costo total.

Palabras Clave: Costo, componentes, distribución, varianza, covarianza, coeficiente de variación, supuesto de independencia, correlación, simulación de Monte Carlo, juicio profesional.

Abstract

The statistical variance of total project cost is usually estimated by means of a Monte Carlo simulation on the assumption that exact analytic approaches are too complicated. This paper tests that assumption and shows that, contrary to expectations, the analytic solution is relatively straightforward. It is also shown that the coefficient of variation is unaffected by the size (surface area) of the project when using standardized component costs. A case study is provided in which actual component costs are analyzed to obtain the required total cost variance. The results confirm previous work in showing that the approximation of the second moment (variance) under the assumption of independence considerably underestimates the exact value. The analysis then continues to examine the effects of professional judgement and, with the simulated data used, the approximation is shown to be reasonably accurate – the professional judgement absorbing most of the intercorrelations involved. An example is also given in which the component unit quantities are priced by their average unit costs and which again shows that the approximation is close to the true value. Finally, this is extended to show how the exact total project cost variances may be obtained for each project.

Keywords: Cost, components, distribution, variance, covariance, coefficient of variation, independence assumption, correlation, Monte Carlo simulation, professional judgement

1. INTRODUCCION

Touran y Wiser (1992) y Touran (1993) han propuesto estimar la varianza estadística del costo total de un proyecto a través de la simulación de Monte Carlo "...porque los acercamientos analíticos directos tienden a ser difíciles y son a veces poco factibles" (Touran, 1993). No se proveen detalles de estas dificultades, pero se presume que son causadas por dos problemas independientes. Uno de estos problemas es que los costos de los componentes, siendo modelados como variables aleatorias, pueden tomar una variedad de formas de distribución (e.g. normal, uniforme, beta) por lo que la distribución de la suma de estas variables resulta extremadamente complicada. El otro problema, es que los costos de los componentes están probablemente correlacionados, por lo que el supuesto usual de independencia entre las variables hace la estimación del segundo momento (varianza) del costo total del proyecto demasiado inexacto. Usando los datos de Touran y Wiser, Moselhi y Dimitrov (1993) han mostrado cómo las estimaciones pueden ser mejoradas analíticamente, pero no se han propuesto aún soluciones exactas.

Este artículo deduce el valor exacto de la distribución del segundo momento del costo total de un proyecto (siendo el valor del primer momento, trivialmente, la suma de las medias de los costos de los componentes), usando la media de las diferencias entre los costos de los componentes estimados y reales estandarizados (por unidad de área superficial) de proyectos previos para calcular el coeficiente de variación de un proyecto "promedio". Esto es aplicado a 29 proyectos de construcción de Hong Kong y sus costos de componentes estandarizados, y el resultado es contrastado con la aproximación obtenida bajo el supuesto de independencia entre las variables, confirmando la afirmación de Touran y Weiser (1992), es decir, la aproximación bajo el supuesto de independencia subestima significativamente la varianza del costo total del proyecto.

El artículo, entonces, continua examinando la situación más práctica, donde los costos medios de los componentes han sido ajustados por juicio profesional y se muestra que, con el uso de los costos estimados, la exactitud del método para un proyecto "promedio" es mejorada considerablemente, habiendo absorbido el juicio profesional la mayor parte de los efectos de correlación. Esto también ocurre cuando la cantidad de componentes unitarios son valorados por sus costos unitarios medios. Finalmente, se señala cómo puede ser calculada la varianza exacta para un proyecto en particular, lo cual es contrastado con la aproximación bajo el supuesto de independencia.

2. DERIVACION EXACTA DE LA VARIANZA DEL COSTO TOTAL DEL PROYECTO

Supongamos que c_{ip} y e_{ip} denotan los valores estandarizados reales y estimados, respectivamente, de los componentes de los costos $i = 1, 2, \dots, n$, para el proyecto $p = 1, 2, \dots, m$, ie., $c_{ip} = c'_{ip}/a_p$ y $e_{ip} = e'_{ip}/a_p$, donde c' y e' son los valores originales (dólares) de los costos reales y estimados de los componentes, respectivamente, y a es el área superficial total del proyecto. Los costos totales estandarizados, reales y estimados, son por tanto dados por $\sum c_{ip}$ y $\sum e_{ip}$, respectivamente. La diferencia entre el costo estandarizado estimado y el real del componente es $d_{ip} = e_{ip} - c_{ip}$, por lo que la diferencia entre el costo total estandarizado estimado y real es $t_p = \sum d_{ip}$. Ahora, si D_i es una variable aleatoria de la cual d_{ip} es un valor, la varianza de $\sum D_i$, y por tanto de t_p , es conocida

$$\text{var}\left[\sum_{i=1}^n D_i\right] = \sum_{i=1}^n \text{var}[D_i] + 2\sum_{i < j} \text{cov}[D_i, D_j] \quad (1)$$

que, en términos del costo total estandarizado estimado del proyecto, tiene un coeficiente de variación de

$$cv_p = \frac{100\sqrt{\text{var}\left[\sum_i D_i\right]}}{\sum_i e_{ip}} \quad (2)$$

Nota: el valor cv_p es igual para los datos estandarizados y no estandarizados ya que

$$cv_p = \frac{100\sqrt{\text{var}\left[\sum_i a_p D_i\right]}}{\sum_i a_p e_{ip}} \quad (3)$$

y el valor de a_p se puede omitir.

Estamos ahora interesados en evaluar la aproximación suponiendo independencia, ie.,

$$\text{var}\left[\sum_i D_i\right]^* = \sum_i \text{var}[D_i] \quad (4)$$

y el uso de la razón

$$v = \frac{cv_p^*}{cv_p} \quad (4a)$$

donde

$$cv_p^* = \frac{100 \sqrt{\text{var} \left[\sum_i D_i \right]}}{\sum_i e_{ip}} \quad (5)$$

de tal manera que $v < 1$ indica que el verdadero cv está subestimado y $v > 1$ que el verdadero cv está sobrestimado.

3. CASO DE ESTUDIO

3.1 Estimación mediante los costos medios de los componentes

El análisis de costos de 29 proyectos de escuelas han sido recolectados por el Departamento de Servicios de Arquitectura de Hong Kong. Los proyectos fueron presentados entre 1986 y 1998, y los valores de los análisis de costos fueron actualizados a los costos del tercer trimestre de 1998. La Tabla 1 resume los costos de los componentes estandarizados actualizados¹ (c_{ip}) de los 29 proyectos. Las columnas contienen los valores de c_{ip} para los componentes Area Superficial Bruta, PREliminares, SUBestructura, SUPerestructura, servicios Mecánicos y Eléctricos, Trabajos Externos, DRENage, Desarrollo del SITIO, EQUIPamiento y muebles y CONTIngencias. La última columna entrega los costos totales del proyecto estandarizados ($\sum c_{ip}$). Las últimas tres filas entregan las medias, desviaciones estándar y coeficientes de variación, respectivamente, para cada columna c_{ip} . La última columna muestra la media y desviación estándar de los costos totales estandarizados de los proyectos, que corresponden a HK\$7987.17 y HK\$1761.68 respectivamente, representando un coeficiente de variación del 22.06%.

Tabla 1. Costos Estandarizados de los Componentes y Cantidades Unitarias de Escuelas Públicas de Hong Kong

PROYECTO TIPO

Proyecto	Tipo	ASB (m ²)	PREL	SUB	SUP	M&E	TE	DREN	SITIO	EQUIP	CONTI	TOTAL
1	1	6530	1440.54	317.87	5818.36	1294.80	1131.59	336.82	1961.34	25.31	813.66	13140.29
2	1	7484	1250.53	364.04	3536.75	952.68	1099.10	401.56	354.80	7.47	522.62	8489.55
3	1	7484	589.86	443.42	3324.04	1043.31	1151.41	267.80	1424.42	9.22	516.12	8769.60
4	1	7484	816.09	396.75	3887.24	1218.25	673.77	166.73	810.67	8.75	490.10	8468.35
5	2	8150	535.73	306.61	4378.83	1083.05	893.69	228.45	448.80	16.25	738.28	8629.69
6	2	8150	716.69	345.70	4236.18	996.67	765.75	200.41	340.96	16.25	738.28	8356.89
7	2	8150	144.87	792.02	4240.65	1057.08	864.08	198.86	1722.40	32.69	1188.17	10240.82
8	1	4713	400.67	353.27	2997.83	350.93	790.63	242.03	974.96	3.55	310.17	6424.04
9	1	4713	236.16	237.47	2803.39	282.68	502.01	162.86	582.47	38.55	332.30	5177.89
10	1	4713	237.56	190.64	2751.29	281.74	430.28	159.65	522.02	42.98	332.30	4948.46
11	1	4713	233.32	234.99	2710.45	281.79	561.42	157.24	809.19	38.55	332.30	5359.25
12	1	6238	537.53	440.50	3644.81	907.49	1174.17	232.77	871.28	14.58	757.49	8580.62
13	1	6290	378.51	130.84	4206.50	783.01	842.10	243.04	3453.34	34.68	972.86	11044.88
14	2	6964	115.19	126.56	3257.21	399.58	689.79	126.33	530.54	67.91	397.23	5710.34
15	2	6964	478.81	265.65	4160.06	463.91	740.92	135.45	572.14	675.24	383.11	7875.29
16	2	6964	475.98	306.07	4160.06	463.91	740.48	135.45	495.81	675.24	383.11	7836.11
17	2	6964	467.76	217.76	3798.54	435.71	863.44	210.85	549.12	634.20	359.82	7537.20
18	2	6964	466.68	228.54	3798.54	435.71	922.31	207.84	465.84	634.20	359.82	7519.48
19	2	8393	416.42	174.69	3065.08	856.94	554.13	196.45	554.94	4.17	521.76	6344.58

¹ Los valores de los componentes del costo son estandarizados dividiendo por el área superficial total del edificio.

20	2	8393	778.59	220.36	3336.51	973.27	589.10	151.52	423.95	884.55	776.13	8133.98
21	2	8393	387.11	161.58	3757.71	1040.29	650.18	179.33	21.77	823.93	684.60	7706.50
22	2	8393	530.92	188.61	3607.18	917.84	792.95	232.30	533.73	28.88	806.61	7639.02
23	2	6060	543.32	260.24	4502.96	2174.02	596.01	204.05	739.39	0	487.17	9507.16
24	2	8150	516.26	780.06	3736.16	1148.24	840.25	168.55	2168.83	18.62	964.83	10341.80
25	2	13518	432.01	244.34	3842.54	448.91	516.73	215.51	356.02	638.00	370.75	7064.81
26	2	16300	452.79	330.38	3946.49	864.95	559.59	153.96	1269.96	18.62	1074.85	8671.59
27	2	13518	297.76	132.42	3573.32	430.08	544.63	145.62	590.86	240.87	359.74	6315.30
28	1	6238	500.84	225.91	3767.80	560.70	831.80	198.20	1291.54	3.14	535.49	7915.42
29	1	6238	163.80	341.96	4027.10	532.34	849.03	192.19	1221.45	15.76	535.49	7879.12
<i>Media</i>			<i>501.46</i>	<i>302.04</i>	<i>3754.26</i>	<i>782.06</i>	<i>764.18</i>	<i>201.79</i>	<i>898.71</i>	<i>194.90</i>	<i>587.76</i>	<i>7987.17</i>
<i>Desviación Estándar</i>			<i>286.37</i>	<i>157.34</i>	<i>619.30</i>	<i>409.17</i>	<i>199.61</i>	<i>58.56</i>	<i>696.49</i>	<i>296.89</i>	<i>245.01</i>	<i>1761.68</i>
<i>Coficiente Variación</i>			<i>57.11</i>	<i>52.09</i>	<i>16.50</i>	<i>52.32</i>	<i>26.12</i>	<i>29.02</i>	<i>77.50</i>	<i>152.33</i>	<i>41.69</i>	<i>22.06</i>

2 HK\$ DOLARES DE JAPON

Nota: Tipo 1 = Escuela Primaria; Tipo 2 = Escuela Secundaria

En ausencia de mayor información, asumió un proyecto futuro "promedio", p . Aquí, $e_{ip} = \bar{c}_i$, donde

$$\bar{c}_i = \frac{1}{m} \sum_{p=1}^m c_{ip} \quad (6)$$

que significa que $d_{ip} = \bar{c}_i - c_{ip}$

Por tanto, de la Tabla 1

$$\sqrt{\text{var}[\sum D_i]} = \sqrt{\text{var}[\sum C_i]} = s = sd = 1761.68 \quad (7)$$

$$y \sum e_{ip} = \sum c_{ip} = 7987.17$$

y entonces, de (2)

$$cv_p = 100(1761.68)/7987.17 = 22.06\%$$

también

$$\sqrt{\text{var}[D_i]} = \sqrt{\text{var}[C_i]} = s = sd = 286.37, 157.34, \text{etc}$$

que significa

$$\text{var}[D_i] = \text{var}[C_i] = s^2 = 82007, 24756, \text{etc y entonces, de (5)}$$

$$cv_p^* = 100 \frac{\sqrt{(82007 + 247564 + \text{ect})}}{7987.17} = 14.59\%$$

y por tanto, de (4a)

$$v = 14.59/22.06 = 0.661$$

Nota 1: Se obtiene una respuesta idéntica a (7) de (1), usando la matriz de correlación (Tabla 2).

Nota 2: Los valores cv_p y cv_p^* son idénticos para los datos estandarizados y sin estandarizar.

Tabla 2. Coeficientes de Correlación de los Componentes de Costos Estandarizados

Var	PREL	SUB	SUP	M&E	TE	DREN	SITIO	EQUIP	CONTI
PREL	1.0000	.0977	.5079*	.4772*	.4988*	.6904*	.0387	-.0246	.1717
SUB	.0977	1.0000	.1950	.3317	.4061*	.1444	.3561	-.2859	.5090*
SUP	.5079*	.1950	1.0000	.5401*	.4244*	.3172	.3330	.0356	.4432*
M&E	.4772*	.3317	.5401*	1.0000	.2506	.3183	.1847	-.2340	.5067*
TE	.4988*	.4061*	.4244*	.2506	1.0000	.7003*	.3346	-.1964	.2829
DREN	.6904*	.1444	.3172	.3183	.7003*	1.0000	.2100	-.2998	.1640
SITIO	.0387	.3561	.3330	.1847	.3346	.2100	1.0000	-.4098*	.5536*
EQUIP	-.0246	-.2859	.0356	-.2340	-.1964	-.2998	-.4098*	1.0000	-.2332
CONTI	.1717	.5090*	.4432*	.5067*	.2829	.1640	.5536*	-.2332	1.0000

*p<0.05

Con un valor de ν de 0.661, la varianza aproximada del proyecto subestima el valor real en un 33.9%. Los coeficientes de correlación de la Tabla 2 explican este hecho, al estar muchos de los coeficientes positiva y significativamente correlacionados.

3.2 Estimación mediante la derivación subjetiva de los costos de los componentes

El análisis anterior es apropiado para pronosticar el costo de un proyecto mediante la simple suma de las medias de cada c_i de los proyectos en una base de datos. En el caso anterior, por consiguiente, el pronóstico para un nuevo proyecto, que no se encuentra en la base de datos, sería, en ausencia de otros detalle del proyecto, HK\$7987.17 por m² de área superficial, con un coeficiente de variación de 22.06%. Sin embargo, la práctica usual es estimar los costos de los componentes mediante juicio profesional basado en el valor medio de los costos de los componentes en la base de datos y tomando los detalles (tipo de proyecto, tamaño, especificación, etc) del proyecto en cuestión. En este caso, es apropiado considerar la eficacia de tales juicios previos, en orden a cuantificar la incertidumbre involucrada. Por tanto, ahora en vez de modelar la diferencia entre los valores de c_{ip} y sus medias desajustadas, como antes, modelamos la diferencia entre los valores de c_{ip} y sus medias ajustadas por juicio profesional. Una vez más, asumiendo un proyecto "promedio", los costos estimados de los componentes se convierten en $e_{ip} = \bar{c}_i + u_{ip}$, donde u_{ip} es el ajuste subjetivo. Como los datos u_{ip} no estaban disponibles, se asumieron valores razonables. Por consideraciones de espacio éstos valores no son mostrados, pero la Tabla 3 entrega los valores de dip obtenidos de esta manera. Esta vez, las diferencias totales, t_p , se muestran en la última columna y las medias, desviaciones estándar y coeficientes de variación de los valores de dip se muestran en las últimas tres filas. La media y la desviación estándar de los costos estimados del proyecto son HK\$-687.11 y HK\$1583.09, indicando un sesgo hacia la subestimación.

Tabla 3. Diferencia entre Valores Estimados y Reales de los Componentes de Costos Estandarizados

Proj	PREL	SUB	SUP	M&E	EW	DRAIN	SITED	FURN	CONTG	TOTAL
1	-418.08	-136.89	-2793.33	-9.90	-516.48	-12.24	144.14	4.82	-285.25	-4023.21
2	-796.98	1.74	-967.65	-232.80	-57.67	-176.21	-43.40	0.54	-120.03	-2392.44
3	-189.24	-21.60	-682.00	-131.65	-27.22	-82.18	16.50	0.20	84.33	-1032.85
4	162.28	-9.39	1749.55	-269.14	23.63	-4.24	-64.68	-0.09	-364.76	1223.15
5	-86.24	-88.05	-689.91	-477.49	-379.66	-134.43	30.08	2.93	195.48	-1627.29
6	181.28	65.84	-1042.76	-457.28	0.50	-52.11	140.70	1.72	-123.56	-1285.67
7	79.61	-199.98	-1988.96	-3.70	-279.97	12.69	-1482.79	5.90	40.86	-3816.35
8	67.05	-122.98	1051.90	68.95	-325.44	-63.05	-452.12	0.75	86.34	311.40
9	79.86	57.06	162.39	-80.02	100.99	-5.99	-257.20	20.52	-9.54	68.08
10	81.03	-45.44	180.82	-34.65	111.36	-13.88	125.48	18.47	51.42	474.60
11	41.28	32.19	11.67	43.57	-201.59	29.44	327.05	-17.45	98.47	364.61
12	-10.16	-86.74	-995.99	185.83	-300.25	-17.18	1.79	6.28	251.63	-964.79
13	25.88	26.78	-997.15	9.14	-25.45	18.06	-1502.47	-4.16	287.57	-2161.80
14	50.62	105.74	53.11	-21.33	-45.41	33.42	-145.75	6.75	204.82	241.98

15	50.90	63.19	1520.10	184.83	450.01	136.77	11.47	-287.64	4.93	2134.56
16	115.25	39.68	-666.41	102.35	-297.30	14.67	-18.91	-118.82	54.50	-774.98
17	-0.74	-57.93	-435.49	202.79	4.76	28.59	26.34	-34.77	2.50	-263.95
18	159.46	109.44	1995.14	33.67	-56.04	47.07	-109.55	-446.92	-41.62	1690.65
19	-81.43	-56.26	333.33	-295.99	370.57	30.65	311.26	1.88	13.33	627.34
20	-80.63	108.73	820.12	-230.90	-74.48	34.19	-236.97	-657.33	124.41	-192.87
21	-0.54	19.20	680.61	-102.88	-16.90	2.51	11.40	-455.75	222.28	359.91
22	52.45	25.59	360.15	-134.36	-108.80	-61.89	-39.19	-4.61	-675.15	-585.82
23	188.86	45.77	-1430.23	-941.64	43.70	0.66	-35.02	0.00	-86.09	-2213.98
24	-26.54	-149.92	-1137.25	-100.56	-222.61	4.34	-252.19	-4.43	27.77	-1861.39
25	211.98	39.40	-4248.19	120.80	-237.82	-56.72	-98.34	-72.34	217.72	-4123.52
26	187.14	-57.61	-489.67	-480.89	-163.46	53.81	505.60	0.80	557.82	113.55
27	-5.54	5.70	162.20	9.77	-26.25	30.11	227.75	-4.61	-92.79	306.34
28	91.31	127.66	65.22	-70.60	443.74	-40.16	80.70	-0.55	116.32	813.63
29	-48.54	258.25	-620.31	96.46	-691.17	1.62	-189.98	0.82	-142.21	-1335.06
mean	2.81	3.42	-346.17	-104.06	-86.37	-8.33	-102.35	-70.24	24.19	-687.11
sd	196.98	94.93	1283.94	244.24	249.05	58.80	423.74	166.20	221.02	1583.09
cv	39.28	31.43	34.20	31.23	32.59	29.14	47.15	85.27	37.60	21.69

Ahora, de la Tabla 3

$$\sqrt{\text{var}[\sum D_i]} = s = sd = 1583.09 \quad (8)$$

$$y \sum e_{ip} = \sum c_{ip} + \sum d_{ip} = 7987.17 \quad (\text{de Tabla 1}) - 687.11 = 7300.06$$

y por tanto, de (2)

$$cv_p = 100(1583.09)/7300.06 = 21.69\%, \text{ también}$$

$$\sqrt{\text{var}[D_i]} = s = sd = 196.98, 94.93, \text{ etc}$$

que significa

$$\text{var}[D_i] = s^2 = 38801, 9012, \text{ etc}$$

y entonces, de (5)

$$cv_p^* = 100\sqrt{(38801+9012+\text{etc})}/7300.06 = 19.74\%$$

y por lo tanto, de (4a)

$$v = 19.74/21.69 = 0.910$$

Nota 1: Se obtiene una respuesta idéntica a (8) de (1), usando la matriz de correlación (no mostrada).

Nota 2: Los valores cv_p y cv_p^* son idénticos para los datos estandarizados y sin estandarizar.

Así, en esta situación hipotética, la introducción del juicio profesional ha reducido la distribución probable del pronóstico de los costos del proyecto de un coeficiente de variación de 22.06% a 21.69%². Sin embargo, es interesante observar que el coeficiente de variación, suponiendo independencia, es en este caso 19.74% que, con un v de 0.910, es un 91% del valor real.

La razón de que la aproximación del coeficiente de variación, asumiendo independencia, haya sido mejorada, se debe a que las estimaciones por sí mismas contienen ahora gran parte de la correlación en los datos - efecto que sustancialmente cancela las correlaciones involucradas.

3.3 Estimación Mediante los Costos Medios Unitarios de los Componentes

En la práctica, los valores de e_{ip} son obtenidos valorando las cantidades unitarias de los componentes, tales como área de paredes, número de puertas, etc, mediante los costos unitarios de los componentes (eg., dólares por m² de área de pared, dólares por puerta, etc). Aquí, usamos los costos unitarios estandarizados de los componentes, que es el costo unitario del componente dividido por el área superficial total. Entonces ahora $c_{ip} = q_{ip}r_{ip}$ y $e_{ip} = q_{ip}\bar{r}_i$ donde

² La corrección por sesgo es directa.

$$\bar{r}_i = \frac{1}{m} \sum_{p=1}^m r_{ip} \quad (9)$$

Multiplicando la media estandarizada del costo unitario del componente, para cada componente, por su cantidad del componente unitario asociada al proyecto en la Tabla 4 y restando el costo estandarizado del componente del proyecto real (Tabla 1), se obtienen las diferencias entre los costos estandarizados de los componentes estimados y reales mostrados en la Tabla 5. Por ejemplo, el costo estandarizado estimado del componente Preliminares para el proyecto 1 es $11.38 \times 120 = 1365.6$, que al restar el costo estandarizado real del componente de 1440.54, da una diferencia de -75.36^3 . La Tabla 4 entrega los costos estandarizados de los componentes de cada proyecto con valores supuestos de q_{ip} . Estos tienen coeficientes de variación que fluctúan entre los 22.41 y 105.48, que son valores absolutamente típicos en la práctica (Beeston, 1974).

³ Aquí el aparente ligero error se debe al uso de datos redondeados en las Tablas..

Tabla 4. Componentes de los Costos Estandarizados y Cantidades Unitarias

Proj (p)	PREL		SUB		SUP		M&E		TE		DREN		SITIO		EQUIP		CONTI	
	q_1	r_1	q_2	r_2	q_3	r_3	q_4	r_4	q_5	r_5	q_6	r_6	q_7	r_7	q_8	r_8	q_9	r_9
1	120	12.00	50	6.36	107	54.38	87	14.88	110	10.29	100	3.37	78	25.15	50	0.51	80	10.17
2	100	12.51	100	3.64	76	46.54	34	28.02	78	14.09	120	3.35	12	29.57	15	0.50	45	11.61
3	50	11.80	98	4.52	56	59.36	89	11.72	99	11.63	56	4.78	99	14.39	17	0.54	57	9.05
4	45	18.14	56	7.08	67	58.02	89	13.69	45	14.97	34	4.90	56	14.48	15	0.58	40	12.25
5	23	23.29	34	9.02	100	43.79	65	16.66	56	15.96	45	5.08	34	13.20	23	0.71	89	8.30
6	78	9.19	23	15.03	96	44.13	45	22.15	43	17.81	45	4.45	23	14.82	32	0.51	80	9.23
7	23	6.30	115	6.89	89	47.65	78	13.55	78	11.08	23	8.65	67	25.71	56	0.58	110	10.80
8	65	6.16	45	7.85	56	53.53	12	29.24	45	17.57	67	3.61	34	28.68	4	0.89	32	9.69
9	34	6.95	56	4.24	45	62.30	23	12.29	34	14.77	44	3.70	34	17.13	66	0.58	29	11.46
10	19	12.50	12	8.29	67	41.06	34	8.29	45	9.56	45	3.55	23	22.70	78	0.55	28	11.87
11	33	7.07	34	6.91	56	48.40	34	8.29	44	12.76	24	6.55	45	17.98	56	0.69	36	9.23
12	78	6.89	99	4.45	87	41.89	110	8.25	98	11.98	56	4.16	49	17.78	23	0.63	75	10.10
13	21	18.02	13	10.06	88	47.80	76	10.30	34	24.77	56	4.34	120	28.78	45	0.77	81	12.01
14	12	9.60	23	5.50	67	48.62	34	11.75	78	8.84	12	10.53	25	21.22	56	1.21	27	14.71
15	56	8.55	45	5.90	99	42.02	56	8.28	56	13.23	19	7.13	22	26.01	120	5.63	20	19.16
16	34	14.00	67	4.57	105	39.62	34	13.64	45	16.46	34	3.98	21	23.61	116	5.82	47	8.15
17	45	10.39	34	6.40	56	67.83	45	9.68	78	11.07	56	3.77	34	16.15	120	5.29	31	11.61
18	56	8.33	56	4.08	45	84.41	45	9.68	67	13.77	56	3.71	28	16.64	107	5.93	30	11.99
19	32	13.01	23	7.60	23	133.26	78	10.99	34	16.30	34	5.78	35	15.86	2	2.08	58	9.00
20	98	7.91	45	4.90	34	98.13	56	17.38	56	10.52	39	3.89	28	15.14	111	7.97	71	10.93
21	46	8.42	12	13.47	67	56.09	89	11.69	34	9.70	36	4.98	4	5.44	100	8.24	60	11.41
22	65	8.17	25	7.54	45	80.16	90	10.20	43	18.44	78	2.98	20	26.69	12	2.41	89	9.06
23	45	12.07	54	4.82	89	50.60	120	18.12	34	17.53	89	2.29	37	19.98	1	0.00	40	12.18
24	50	10.33	110	7.09	34	109.89	45	25.52	67	12.54	54	3.12	110	19.72	4	4.66	90	10.72
25	56	7.71	34	7.19	23	167.07	23	19.52	54	9.57	35	6.16	23	15.48	89	7.17	30	12.36
26	23	19.69	45	7.34	34	116.07	67	12.91	43	13.01	32	4.81	89	14.27	2	9.31	90	11.94
27	12	24.81	12	11.03	45	79.41	45	9.56	45	12.10	23	6.33	34	17.38	21	11.47	20	17.99
28	56	8.94	23	9.82	34	110.82	78	7.19	77	10.80	35	5.66	56	23.06	1	3.14	60	8.92
29	23	7.12	56	6.11	56	71.91	65	8.19	89	9.54	33	5.82	37	33.01	21	0.75	60	8.92
mean		11.38		7.16		69.13		13.85		13.47		4.88		20.00		3.07		11.20
sd		4.92		2.67		31.37		5.93		3.52		1.74		6.09		3.24		2.51
cv		43.23		37.27		45.38		42.81		26.16		35.77		30.45		105.48		22.41

Ahora, de la Tabla 5, para un proyecto "promedio"

$$\sqrt{\text{var}[\sum D_i]} = s = sd = 1490.17 \quad (10)$$

$$y \sum e_{ip} = \sum c_{ip} + \sum d_{ip} = 7987.17 \text{ (de la Tabla 1)} + 830.15 = 8817.32$$

y por tanto, de (2)

$$cv_p = 100(1490.17)/8817.32 = 16.90\%$$

también

$$\sqrt{\text{var}[D_i]} = s = sd = 170.61, 114.10, \text{ etc}$$

que significa

$$\text{var}[D_i] = s^2 = 29107, 13019, \text{ etc}$$

Tabla 5. Diferencia entre Valores Estimados y Reales de los Componentes de Costos Estandarizados

Proj	PREL	SUB	SUP	M&E	TE	DREN	SITIO	EQUIP	CONTI	TOTAL
1	-75.36	40.25	1578.45	-89.90	350.21	150.86	-401.32	128.33	82.44	1763.96
2	-112.88	352.21	1717.06	-481.80	-48.37	183.65	-114.80	38.62	-18.57	1515.13
3	-21.04	258.50	547.19	189.29	182.21	5.30	555.60	43.02	122.35	1882.42
4	-304.15	4.35	744.41	14.35	-67.58	-0.92	309.34	37.34	-42.05	695.09
5	-274.07	-63.09	2534.08	-182.84	-139.32	-8.99	231.21	54.42	258.63	2410.03
6	170.68	-180.96	2400.21	-373.45	-186.50	19.05	119.04	82.08	157.82	2207.96
7	116.79	31.67	1911.84	23.18	186.65	-86.69	-382.39	139.39	43.96	1984.39
8	338.80	-30.96	873.40	-184.74	-184.44	84.71	-294.95	8.74	48.27	658.84
9	150.64	163.63	307.42	35.86	-44.00	51.72	97.54	164.25	-7.46	919.59
10	-21.41	-25.90	1880.36	189.14	175.91	59.81	-62.02	196.70	-18.67	2373.92
11	142.10	8.53	1160.78	189.09	31.30	-40.20	90.82	133.53	70.94	1786.90
12	349.84	268.59	2369.42	615.95	145.98	40.33	108.73	56.09	82.60	4037.52
13	-139.60	-37.73	1876.86	269.55	-384.09	30.06	-1053.32	103.59	-65.56	599.76
14	21.33	38.18	1374.44	71.30	360.94	-67.81	-30.53	104.17	-94.80	1777.21
15	158.27	56.66	2683.72	311.66	13.45	-42.79	-132.14	-306.51	-159.09	2583.24
16	-89.18	173.82	3098.49	6.97	-134.29	30.36	-75.81	-318.80	143.35	2834.92
17	44.18	25.76	72.69	187.51	187.29	62.25	130.89	-265.47	-12.58	432.53
18	170.40	172.56	-687.73	187.51	-19.76	65.26	94.17	-305.41	-23.78	-346.78
19	-52.37	-9.95	-1475.11	223.32	-96.12	-30.64	145.07	1.98	127.91	-1165.93
20	336.31	101.95	-986.12	-197.70	165.27	38.67	136.06	-543.47	19.16	-929.88
21	136.21	-75.63	873.94	192.31	252.37	-3.77	58.23	-516.65	-12.53	904.48
22	208.55	-9.55	-496.37	328.61	-213.70	148.09	-133.73	7.99	190.30	30.20
23	-31.38	126.53	1649.53	-512.09	-138.00	229.98	0.62	3.07	-39.12	1289.15
24	52.56	7.81	-1385.77	-525.02	62.30	94.80	31.19	-6.33	43.28	-1625.17
25	205.07	-0.82	-2252.57	-130.37	210.70	-44.82	103.98	-364.52	-34.71	-2308.06
26	-191.13	-8.07	-1596.10	62.96	19.66	2.10	510.06	-12.47	-66.74	-1279.74
27	-161.24	-46.47	-462.51	193.14	61.56	-33.45	89.15	-176.34	-135.72	-671.88
28	136.24	-61.17	-1417.41	519.56	205.46	-27.51	-171.53	-0.07	136.58	-679.85
29	97.86	59.14	-155.87	367.87	349.88	-31.26	-481.44	48.77	136.58	391.53
mean	46.97	46.20	646.16	51.77	45.00	30.28	-18.01	-50.48	32.17	830.05
sd	170.61	114.10	1470.86	283.99	185.30	74.76	303.15	201.12	98.25	1490.17
cv	31.11	32.76	33.43	34.06	22.90	32.21	34.42	139.26	15.85	16.90

y entonces, de (5)

$$cv_p^* = 100\sqrt{(29107, 13019 + \text{etc})}/8817.32 = 17.82\%$$

y por ello, de (4a)

$$v = 17.82/16.90 = 1.054$$

Nota 1: Se obtiene una respuesta idéntica a (10) de (1), usando la matriz de correlación (no mostrada).

Nota 2: Los valores cv_p y cv_p^* son idénticos para los datos estandarizados y sin estandarizar.

Como se observa, el coeficiente de variación del costo total pronosticado del proyecto es ahora 16.90%, de nuevo un valor típico encontrado en la práctica para este tipo de estimaciones.

El coeficiente de variación aproximado, asumiendo independencia, es 17.82% que, con un v de 1.054 está sobrestimado en 5.4%.

Este método puede ser extendido para proveer varianzas para proyectos individuales, como $d_{ip} = q_{ip}(\bar{r}_i - r_{ip})$ y $\text{var}[D_i] = \text{var}[R_i]$ entonces

$$cv_p = \frac{100 \sqrt{\text{var} \left[\sum_{i=1}^n q_{ip} R_i \right]}}{\sum e_{ip}} \quad (11)$$

Para el proyecto p

$$\text{var} \left[\sum_{i=1}^n q_{ip} R_i \right] = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n q_{ip} q_{jp} \text{cov}[R_i, R_j] \quad (12)$$

siendo los valores $q_{ip} q_{jp}$ obtenidos de la Tabla 4 y $\text{cov}[R_i, R_j]$ de la Tabla 6.

Tabla 6. Correlación de los Componentes de los Costos Unitarios Estandarizados

Var	PREL	SUB	SUP	M&E	TE	DREN	SITIO	EQUIP	CONTI
PREL	1.0000	.2405	-.0231	-.0481	.2804	-.0429	-.1955	.2369	.2169
SUB	.2405	1.0000	.0236	.0095	.1663	.1027	-.2772	.1758	-.0055
SUP	-.0231	.0236	1.0000	.0564	-.2080	.0204	-.2424	.4894*	-.0347
M&E	-.0481	.0095	.0564	1.0000	.2134	-.3195	.0898	-.1117	-.1582
TE	.2804	.1663	-.2080	.2134	1.0000	-.3762*	.2108	-.2723	-.1622
DREN	-.0429	.1027	.0204	-.3195	-.3762*	1.0000	.0031	.0630	.3530
SITIO	-.1955	-.2772	-.2424	.0898	.2108	.0031	1.0000	-.3920*	.0003
EQUIP	.2369	.1758	.4894*	-.1117	-.2723	.0630	-.3920*	1.0000	.4385*
CONTI	.2169	-.0055	-.0347	-.1582	-.1622	.3530	.0003	.4385*	1.0000

* $p < 0.05$

El cv aproximado está dado por

$$cv_p^* = \frac{100 \sqrt{\text{var} \left[\sum q_{ip} R_i \right]^*}}{\sum e_{ip}} \quad (13)$$

igualando a cero todos los elementos de R_i y R_j fuera de la diagonal.

La Tabla 7 entrega el costo estimado total estandarizado del proyecto, desviación estándar y coeficiente de variación para cada proyecto más el coeficiente de variación aproximado (**Appcv**) bajo el supuesto de independencia. Este método puede ser usado para estimar el coeficiente de variación de cualquier proyecto futuro conociendo las cantidades de los componentes unitarios. Como se observa de

los valores de ν en la Tabla 7, el método de aproximación es completamente exacto en la mayoría de los casos, estando generalmente dentro del 10% de la varianza real.

Tabla 7. CV de los Proyectos Individuales

Proj	PREL	SUB	SUP	M&E	TE	DREN	SITIO	EQUIP	CONTI	TOTAL	SD	CV	AppCV	v
1	1365.18	358.12	7396.81	1204.90	1481.80	487.68	1560.02	153.64	896.10	14904.25	3433.24	23.04	23.60	1.02
2	1137.65	716.25	5253.81	470.88	1050.73	585.21	240.00	46.09	504.05	10004.68	2468.99	24.68	24.84	1.01
3	568.82	701.92	3871.23	1232.60	1333.62	273.10	1980.02	52.24	638.47	10652.02	1875.57	17.61	18.80	1.07
4	511.94	401.10	4631.65	1232.60	606.19	165.81	1120.01	46.09	448.05	9163.44	2160.73	23.58	24.22	1.03
5	261.66	243.52	6912.91	900.21	754.37	219.46	680.01	70.67	996.91	11039.72	3148.92	28.52	28.86	1.01
6	887.37	164.74	6636.39	623.22	579.25	219.46	460.00	98.33	896.10	10564.85	3060.87	28.97	29.01	1.00
7	261.66	823.69	6152.49	1080.26	1050.73	112.17	1340.01	172.08	1232.13	12225.21	2868.92	23.47	23.80	1.01
8	739.47	322.31	3871.23	166.19	606.19	326.74	680.01	12.29	358.44	7082.88	1745.91	24.65	25.63	1.04
9	386.80	401.10	3110.81	318.54	458.01	214.58	680.01	202.80	324.84	6097.48	1508.71	24.74	24.19	0.98
10	216.15	164.74	4631.65	470.88	606.19	219.46	460.00	239.68	313.63	7322.38	2203.33	30.09	29.26	0.97
11	375.42	243.52	3871.23	470.88	592.72	117.04	900.01	172.08	403.24	7146.15	1813.62	25.38	25.43	1.00
12	887.37	709.09	6014.23	1523.44	1320.15	273.10	980.01	70.67	840.09	12618.14	2837.79	22.49	22.90	1.02
13	238.91	93.11	6083.36	1052.56	458.01	273.10	2400.02	138.27	907.30	11644.64	2792.49	23.98	24.97	1.04
14	136.52	164.74	4631.65	470.88	1050.73	58.52	500.01	172.08	302.43	7487.55	2149.99	28.71	28.65	1.00
15	637.08	322.31	6843.78	775.57	754.37	92.66	440.00	368.73	224.02	10458.53	3301.79	31.57	30.32	0.96
16	386.80	479.89	7258.55	470.88	606.19	165.81	420.00	356.44	526.46	10671.03	3469.24	32.51	31.29	0.96
17	511.94	243.52	3871.23	623.22	1050.73	273.10	680.01	368.73	347.24	7969.73	1953.83	24.52	23.47	0.96
18	637.08	401.10	3110.81	623.22	902.55	273.10	560.01	328.79	336.04	7172.70	1633.39	22.77	21.52	0.95
19	364.05	164.74	1589.97	1080.26	458.01	165.81	700.01	6.15	649.67	5178.65	882.51	17.04	17.78	1.04
20	1114.90	322.31	2350.39	775.57	754.37	190.19	560.01	341.08	795.29	7204.10	1434.06	19.91	18.25	0.92
21	523.32	85.95	4631.65	1232.60	902.55	175.56	80.00	307.28	672.07	8610.98	2343.20	27.21	25.80	0.95
22	739.47	179.06	3110.81	1246.45	579.25	380.39	400.00	36.87	996.91	7669.22	1558.92	20.33	20.58	1.01
23	511.94	386.77	6152.49	1661.93	458.01	434.03	740.01	3.07	448.05	10796.31	2866.98	26.56	26.96	1.02
24	568.82	787.87	2350.39	623.22	902.55	263.35	2200.02	12.29	1008.11	8716.63	1229.64	14.11	15.90	1.13
25	637.08	243.52	1589.97	318.54	727.43	170.69	460.00	273.48	336.04	4756.75	952.62	20.03	18.47	0.92
26	261.66	322.31	2350.39	927.91	579.25	156.06	1780.02	6.15	1008.11	7391.85	1184.58	16.03	17.61	1.10
27	136.52	85.95	3110.81	623.22	606.19	112.17	680.01	64.53	224.02	5643.42	1432.40	25.38	25.95	1.02
28	637.08	164.74	2350.39	1080.26	1037.26	170.69	1120.01	3.07	672.07	7235.57	1210.11	16.72	17.74	1.06
29	261.66	401.10	3871.23	900.21	1198.91	160.93	740.01	64.53	672.07	8270.65	1805.47	21.83	22.46	1.03

4. CONCLUSIONES

El artículo ha descrito un método de cálculo de la varianza del costo total de un proyecto basado en los costos estandarizados de los componentes para un set de proyectos de una base de datos. Para la muestra analizada, la varianza correcta para un proyecto "promedio", tomando en cuenta la variabilidad entre los componentes, resultó mucho más grande ($cv=22.06$) que la aproximación bajo el supuesto de independencia ($cv=14.59$), confirmando estudios similares previos en esta área. También se concluye que el coeficiente de variación no varía con el área superficial total, por lo que el método puede ser usado cuando el área superficial total es desconocida. Sin embargo, considerando la diferencia entre los costos reales de los componentes y los costos estimados típicos mediante juicio profesional se sugiere que el supuesto de independencia provee una aproximación razonable de la varianza de la diferencia entre los costos totales reales de los proyectos y los estimados, absorbiendo el juicio profesional la mayor parte de las correlaciones entre los componentes involucradas. Similarmente, cuando los costos de los componentes son estimados mediante cantidades de los componentes unitarios, se muestra que la varianza del costo para un proyecto de acuerdo a "promedio" es también razonablemente aproximada bajo el supuesto de independencia. Siguiendo esto, se propone un método por el cual el coeficiente de variación de proyectos individuales pueden ser derivados de la estimación de los costos unitarios, mostrando ser un método razonablemente bueno de estimación.

La principal limitación de la investigación descrita en este artículo radica en la simulación de los costos y cantidades de los componentes. Futuras investigaciones deberían realizar un análisis empírico del costo y cantidad real de los componentes unitarios como una prueba de la validez de las simulaciones y por consiguiente estos resultados.

5. AGRADECIMIENTOS

Muchas gracias al Prof. Graeme Newell, de University of Western, Sydney, por su ayuda en encontrar las ecuaciones (1) y (12).

6. REFERENCIAS

- BEESTON, D.T., (1974), One Statistician's View of Estimating, Cost Study Number 3, Building Cost Information Service, Royal Institution of Chartered Surveyors, London.
- MOOD, A.M., (1974), Introduction to the Theory of Statistics. McGraw-Hill.
- MOSELHI, O., DIMITROV, B., (1993), Monte Carlo Technique with Correlated Random Variables. Discussion, Journal of Construction Engineering and Management, ASCE 119(3) pp. 658-561.
- SPOONER, J.E., (1974), Probabilistic Estimating. Journal of the Construction Division, ASCE, 100(1) pp. 65-77.
- TOURAN, A., (1993), Probabilistic Cost Estimating with Subjective Correlations, Journal of Construction Engineering and Management. American Society of Civil Engineers 119(1) pp. 58-71.

TOURAN, A., WISER, E.P., (1992), Monte Carlo Technique with Correlated Random Variables, Journal of Construction Engineering and Management, ASCE 118(2) pp. 258-272.

Martin Skitmore

Professor School of Construction Management and Property,
Queensland University of Technology,
Gardens Point, Brisbane Q4001,
Australia.
rm.skitmore@qut.edu.au